සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය

A

01. $40 kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් උතුරට ගමන් කරන A නැවකට 5km නැගෙනහිරින් B නැවක් පිහිටා තිබේ. B නැව $30 kmh^{-1}$ වේගයකින් බටහිරට ගමන් කරයි නම්, B නැවට සාපේක්ෂව A නැවේ ප්‍රවේගය ද, නැව් දෙක අතර කෙටිම දුර ද, මෙම කෙටිම දුර ඇතිවීමට ගතවන කාලය ද සොයන්න.

02. නැගෙනහිර - බස්නාහිර දිශාව ඔස්සේ ද, උතුරු - දකුණු දිශාව ඔස්සේ ද වැටී ඇති පාරවල් දෙකක් O හි දී හමුවේ. A නැගෙනහිර - බස්නාහිර පාර දිගේ නැගෙනහිරට $2 kmh^{-1}$ වේගයෙන් ද, B උතුරු - දකුණු පාර දිගේ උතුරු දෙසට $2\sqrt{3}\ kmh^{-1}$ වේගයෙන් ද, ගමන් කරති. දවල් 12 වන විට O ලක්ෂ්‍යයෙන් හරි බස්නාහිර දෙසට $\sqrt{3}$ km දුරින් A සිටින අතර, O ලක්ෂ්‍යයෙන් හරි දකුණු දිශාවට 1km දුරින් B සිටියි.

(i) B ට සාපේක්ෂව A ගේ ප්‍රවේගය

(ii) A සහ B අතර කෙටිතම දුර

(iii) A සහ B අතර කෙටිතම දුර ඇතිවන වේලාව

(iv) මේ අවස්ථාවේ A සහ B හි පිහිටීම සොයන්න.

03. ප්‍රහාරක යාත්‍රාවක් $u\ kmh^{-1}$ නියත වේගයකින් උතුරු දිශාවට ගමන් කරයි. එක්තරා දිනක මධ්‍යම රාත්‍රියෙහි ප්‍රහාරක යාත්‍රාවට හරි නැගෙනහිරින් d km දුරින් සතුරු යාත්‍රාවක් දිස්වෙයි. සතුරු යාත්‍රාව එකම $v\ kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් උතුරින් බටහිරට නියත θ ($v\cos\theta > u$) කෝණයක් සාදන දිශාවට යාත්‍රා කරයි. ප්‍රහාරක යාත්‍රාවේ සමුද්දේශ රාමුවේ සතුරු යාත්‍රාවේ ප්‍රවේගය සොයා පෙත ලකුණු කරන්න. $\dfrac{dv\sin\theta}{u^2+v^2-2uv\cos\theta}$ h කාලයකදී සතුරු යාත්‍රාව ප්‍රහාරක යාත්‍රාවට $\dfrac{d(v\cos\theta-u)}{\sqrt{u^2+v^2-2uv\cos\theta}}$ km අවම දුරින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

04. එක්තරා නැවක් $15\ kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට ගමන් කරන අතර එක්තරා ලක්ෂ්‍යයක් මධ්‍යහ්න 12.00 h ට පසුකරයි. උතුර බලා එම ප්‍රවේගයෙන්ම ගමන් කරන තවත් නැවක් එම ලක්ෂ්‍යය 13.30h වේලාවේ දී පසු කරයි නම් නැව් දෙක අතර කෙටිතම දුරත් එවිට වේලාවත් සොයන්න.

05. ''කැලණි'' හා ''තිස්ස'' නැව් 2 කි. එක්තරා මොහොතකදී කැලණි නැවට නැගෙනහිරින් a දුරකින් තිස්ස නැව පිහිටා ඇත. කැලණි නැව උතුරට u නියත ප්‍රවේගයෙන්ම චලනය වේ. තිස්ස නැවේ එම මොහොතේ නියත ප්‍රවේග සංරචක උතුරට සහ බටහිරට v සහ w වේ. ($u > v$) නැව් 2 අතර කෙටිතම දුරද, ඒ සඳහා ගතවන කාලය ද සොයන්න.

06. A නැමැති නැවක් 12 kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිරට ගමන් කරන අතර පෙරවරු 08.00 ට එය O ලක්ෂ්‍යයක සිට 12 km බටහිරින් වෙයි. $12\sqrt{3}kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් දකුණට ගමන් කරන B නැමැති නැවක් පෙරවරු 08.00 O ලක්ෂ්‍යයක සිට $4\sqrt{3}$km දුරක් උතුරින් පිහිටයි.

(i) B ට සාපේක්ෂව A හි ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය හා දිශාව

(ii) නැව් දෙක අතර කෙටිතම දුර හා ඒවා ඉතාමත් ආසන්නව පිහිටන වේලාව ද, ඒවා ඉතාමත් ආසන්නව පිහිටන වේලාවේදී එක් එක් නැවේ සත්‍ය පිහිටීම් සොයන්න.

07. නැවක් ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් උතුරු දෙසට යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතකදී නැවට නැගෙනහිර දෙසින් 13km දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට නැවෙහි ඉදිරියට ටෝපිඩෝවක් වෙඩි තබනු ලැබේ. ටෝපිඩෝව ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙයි. මේ අනුව ඇතිවන චලිතයේදී ටෝපිඩෝවත් නැවත් අතර කෙටිතම දුර 5km වේ. ඒවා අතර කෙටිම දුරෙන් පිහිටන මේ අවස්ථාව ඇති වන්නේ මිනිත්තු 20 කට පසුවයි. නැවට සාපේක්ෂ ලෙස ටෝපිඩෝවෙහි ප්‍රවේගය කුමක්ද?

08. M ලක්ෂ්‍යයේදී එකිනෙක සෘජුකෝණිව කැපෙන මාර්ග දෙකක් දිගේ පිළිවෙලින් A මගියෙක් u kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් උතුරට ද, B මගියෙක් v kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් බටහිරට ද ගමන් කරයි. M ලක්ෂයට A පැමිණෙන විට B සිටින්නේ a km දුරින් වූ N ලක්ෂ්‍යයකය. මෙවිට ගමනේ දී දෙදෙනා අතර කෙටිම දුර පිහිටන විට M හි සිට B ට ඇති දුර $\dfrac{au^2}{u^2+v^2}$ බව පෙන්වන්න.

09. PQ හා RS වූ කලී O හිදී එකිනෙක ඡේදනය වන සෘජු මාර්ග දෙකකි. $P\hat{O}R = 45^0$ වේ. O සිට a km දුරින් වූ A රථයක් U kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් PQ මාර්ගයේ ද, O සිට b km දුරින් වූ B රථයක් V kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් RS මාර්ගයේ ද, O දෙසට ගමන් කරයි. මෙහි $a\text{V} > \text{bU}$ වේ.

(i) A හා B අතර කෙටිම දුර $\dfrac{(a\text{V}-\text{bU})}{\sqrt{2(\text{U}^2+\text{V}^2-\sqrt{2}\text{UV}}}$ km බව පෙන්වා ඒ සඳහා ආරම්භයේ සිට ගතවන කාලය සොයන්න.

(ii) A හා B රථ අතර දුර කෙටිතම වන විට A හා B රථවල පිහිටීම සොයන්න.

(iii) B රථය O වෙතට පැමිණ ඇති විට A රථය O සිට කොපමණ දුරින් පිහිටයිද?

10. සරල රේඛීය මාර්ග දෙකක් O ලක්ෂ්‍යයකදී එකිනෙකට ලම්බව ඡේදනය වෙයි. A සහ B මෝටර් රථ දෙකක් මෙම මාර්ග දෙක ඔස්සේ O දෙසට, නියත ප්‍රවේග සහිතව චලිත වෙයි. එක්තරා මොහොතක දී O සිට පිළිවෙලින් 400m සහ 300m දුරින් A සහ B රථ O වෙත ළඟාවෙමින් පැවතුණි. මෙම පිහිටුම්වල සිට A ට සාපේක්ෂව B අංශුව 480m විස්ථාපනයක් සිදුකළ විට A සහ B ආසන්නතම දුරින් පිහිටන බවත් ආසන්නතම දුර 140m බවත් සොයාගන්නා ලදී. A ගේ ප්‍රවේගය B ගේ ප්‍රවේගය මෙන් කී ගුණයක් වන්නේදැයි සොයන්න.

11. P හා Q නම් ගුවන්යානා දෙකක් ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් එකම උසින් 150 kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් උතුරින් α බටහිර දිශාවට හා 200 kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් බටහිර දිශාවට ද ගමන් කරයි. මෙහි $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ වේ. එක්තරා මොහොතකදී P යානය Q ට 60km දුරක් දකුණින් විය. P යානයට සාපේක්ෂව Q ගුවන් යානයේ ප්‍රවේගය සොයන්න. එමගින් ගුවන්යානා දෙක අතර කෙටිතම දුර හා එම අවස්ථාවට පැමිණීමට ගන්නා කාලයත් සොයන්න.

12. α සුළු කෝණයකින් ආනත l_1, l_2 සරල මාර්ග දෙකක් O නැමති හන්දියකදී ඡේදනය වේ. $2u$ kmh^{-1} වේගයෙන් l_1 මාර්ගය දිගේ O දෙසට චලිතවන A රථයක් O සිට a km දුරින් $t = 0$ දී ඇත. $t = 0$ දී B රථයක් l_2 මාර්ගය දිගේ O දෙසට u kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් චලිත වන අතර, O සිට a km දුරින් ඇත. A සමුද්දේශ රාමුවේ B ගේ පෙත සොයා A හා B අතර කෙටිම දුර $\dfrac{a \text{ Sin } \alpha}{\sqrt{5 - 4 \text{ Cos } \alpha}}$ km බව පෙන්වන්න. l_1 හා l_2 අතර කෝණය 60^0 නම් කෙටිම දුර $\dfrac{a}{2}$ km බව පෙන්වන්න.

13. සරල මාර්ග දෙකක් α ආනතව මන්සන්ධියකදී හමුවේ. මෝටර් රථ දෙකක් u, v ප්‍රවේග වලින් මන්සන්ධිය දිශාවට චලිත වේ. ආරම්භයේදී මන්සන්ධියේ සිට මෝටර් රථ වලට දුර පිලිවෙලින් a, b වේ. $av > bu$ නම්, මෝටර් රථ දෙක අතර ඇතිවන කෙටිම දුර $\dfrac{(av - bu) \sin \alpha}{\sqrt{u^2 + v^2 - 2uv \cos \alpha}}$ බව පෙන්වන්න. එනයින් මෝටර් රථ දෙක ගැටීමට v හි අගය $\dfrac{bu}{a}$ බව අපෝහනය කරන්න.

14. එකිනෙකට θ කෝණයකින් $\left(\theta < \frac{\pi}{2}\right)$ ආනත AB, CD මාර්ග O ලක්ෂ්‍යයේදී එකිනෙක කැපේ. u ප්‍රවේගයෙන් AB මාර්ග දිගේ ගමන් කරන P මෝටර් රථයක් O වල සිට a දුරින් ඈතින් හන්දිය දෙසට පැමිණෙන විට CD මාර්ගය දිගේ ගමන් කල Q මෝටර් රථයක් O වල සිට b දුරක් ඈතින් හන්දිය පසුකොට v ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි. මෝටර් රථ දෙක අතර කෙටිම දුර $\dfrac{(bu + av) \sin \theta}{\sqrt{u^2 + v^2 - 2uv \cos \theta}}$ බව පෙන්වන්න. $(u > v \cos \theta)$

15. සරල රේඛීය මාර්ගයක පදික වේදිකාවේ දාරයේ සිට l සරල රේඛාවකට දුර a m වේ. C මෝටර් බයිසිකලයක් u ms^{-1} වේගයෙන් l රේඛාව දිගේ චලිත වේ. $t = 0$ මොහොතේ බයිසිකලයේ පිහිටීම වන 0 හි සිටි b m දුරක් ඉදිරියෙන් පදික වේදිකාවේ A ලක්ෂ්‍යයකින් P මගියෙක් මාර්ගයට 60^0 ක් ආනතව v ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් මාර්ගය හරහා යෑම අරඹයි. මගියා බයිසිකලයට ඉදිරියෙන් පාර හරහා යයි නම්, C සමුද්දේශ රාමුවේ P ගේ පෙත සොයා කෙටිම දුර $\dfrac{V(a + b\sqrt{3}) - 2au}{2\sqrt{u^2 - v^2 - uv}}$ බව පෙන්වන්න. එනයින් $V > \dfrac{2au}{a + b\sqrt{3}}$ නම් අනතුරක් නොවී බයිසිකලය ඉදිරියෙන් පාර හරහා මගියාට ගමන් කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

16. සරල දුම්රිය මං දෙකක් සන්ධියකදී 60^0 කෝණයකින් හමුවෙයි. දුම්රිය දෙකක් u, $3u$ ප්‍රවේග වලින් සන්ධිය දෙසට චලිත වෙයි. සන්ධියේ සිට දුම්රිය වලට ආරම්භක දුර ප්‍රමාණ a ද b ($3a > b > a/5$) ද නම්, ඒවා අතර අඩුතම පරතරය $\dfrac{\sqrt{3}\,(3a - b)}{2\sqrt{7}}$ බව පෙන්වන්න. ඊට ගතවන කාලය $\dfrac{5b - a}{14u}$ බව පෙන්වන්න.

17. සම්මත නැගෙනහිර සහ උතුරු දිශා වලට ඒකක දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ වේ. විස්ථාපනය කිලෝමීටර් වලින් ද, කාලය පැය වලින් ද මිනුම් කරනු ලැබේ. ඒකාකාර මොහොතක දී ප්‍රදීපාගාරයකට සාපේක්ෂව A නැවක පිහිටුම් දෛශිකය $10\underline{i}$ වන අතර එහි ඒකාකාර ප්‍රවේගය $12\underline{i} + 5\underline{j}$ ය. එම මොහොතේම ඉහත ප්‍රදීපාගාරයට සාපේක්ෂව B නැවේ පිහිටුම් දෛශිකය $20\underline{i} - 4\underline{j}$ වන අතර ප්‍රවේගය $-3\underline{i} + 10\underline{j}$ ය. A ට සාපේක්ෂව B ගේ ප්‍රවේගය සොයා නැව් දෙක අතර ඇතිවන කිට්ටුම දුරත් ඊට ගතවන කාලයත් සොයන්න.

18. සම්මත නැගෙනහිර සහ උතුරු දිශාවලට ඒකක දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ වේ. විස්ථාපනය මීටර් වලින් ද, කාලය තත්පර වලින් ද මිනුම් කරනු ලැබේ. කාලය $t = 0$ වූ මොහොතේ දී A අංශුව මූල ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටන අතර B අංශුව පිහිටුම් දෛශිකය $5\underline{i} - 10\underline{j}$ වූ ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටයි. A අංශුව $2\underline{i}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් චලිතය වන අතර B අංශුව $4\underline{i} + 4\underline{j}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් චලිතය වේ. මෙම චලිතයේ දී A සහ B අතර ඇතිවන කිට්ටුම දුර $4\sqrt{5}$m බව පෙන්වා ගතවන කාලය $\dfrac{3}{2}$ s බව ද පෙන්වන්න.

19. සම්මත නැගෙනහිර සහ උතුරු දිශාවලට ඒකක දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ වේ. විස්ථාපනය මීටර් වලින් ද, කාලය තත්පර වලින් ද මිනුම් කරනු ලැබේ. P අංශුවක් ඒකාකාර $6\underline{i} + \underline{j}$ ප්‍රවේගයෙන් පිහිටුම් දෛශිකය $3\underline{i} - 2\underline{j}$ වූ ලක්ෂ්‍යය පසුකරන මොහොතේම ඒකාකාර $4\underline{i} - 2\underline{j}$ ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන Q අංශුවක් පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{i} + 4\underline{j}$ වූ ලක්ෂ්‍යයක් පසු කරයි. Q ට සාපේක්ෂව P ගේ ප්‍රවේග දෛශිකය සොයා ඒවා කිට්ටුම දුරින් පිහිටීමට ගතවන කාලයත් එම කිට්ටුම දුරත් සොයන්න.

20. A හා B අංශු දෙකකට $(3\underline{i} + \underline{j})$ kmh^{-1} හා $(-3\underline{i} + 4\underline{j})$ kmh^{-1} ප්‍රවේග ඇත. උදේ 6.00 ට A අංශුව $(-\underline{i} + 2\underline{j})$ km පිහිටුම් දෛශිකයෙන් දැක්වෙන P ලක්ෂ්‍යයේ ඇත. B අංශුව උදේ 7.00 ට $(5\underline{i} + 6\underline{j})$ km පිහිටුම් දෛශිකයෙන් දැක්වෙන Q ලක්ෂ්‍යයේ ඇත.

(i) උදේ 7.00 ට A හි පිහිටුම් දෛශිකය

(ii) උදේ 7.00 ට A හා B අතර දුර

(iii) A හා B අතර කෙටිම දුර $\dfrac{9\sqrt{5}}{5}$ km බව පෙන්වා, කෙටිම දුරෙහි පිහිටන වේලාව සොයන්න.

(iv) කෙටිම දුරෙහි ඇති විට A හා B හි පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

21. A, B මෝටර් බෝට්ටු දෙකකට පිළිවෙලින් 16 kmh^{-1} හා 20 kmh^{-1} ප්‍රවේග ඇත. B නැගෙනහිර දිශාවට චලිත වේ. එක්තරා t = 0 මොහොතකදී B සමුද්දේශ රාමුවේ A බෝට්ටුව 2km දකුණු දිශාවේ A හා B එකිනෙකට ආසන්නවන සේ A හි චලිත දිශාව සොයන්න. A හා B අතර කෙටිම දුරද ලබාගන්න. කෙටිම දුරට කාලය විනාඩි 8 ක් බව පෙන්වන්න.

22. උදේ 9.00 ට A හා B බෝට්ටු දෙකක් එකිනෙකට 10km ඈතින් පිහිටා ඇත. එම මොහොතේ A සමුද්දේශ රාමුවේ බටහිරින් පිහිටා ඇත. A හා B ප්‍රවේග පිළිවෙලින් 12 kmh^{-1} හා 13 kmh^{-1} වේ. B උතුරු දිශාවට චලිත වේ. A බෝට්ටුව B ට ආසන්නතම මාර්ගයේ චලිත වීම සඳහා A බෝට්ටුව උතුරින් θ බටහිර දිශාවට යොමුකල යුතු බව පෙන්වන්න. $\sin\theta = \frac{5}{13}$ වේ. බෝට්ටු අතර ආසන්නතම දුර හා ඒ සඳහා ගතවූ කාලය සොයන්න.

23. P නැවක් 30 kmh^{-1} වේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවටද Q නැවක් 40 kmh^{-1} වේගයෙන් දකුණු දිශාවට ද චලිත වේ. නැව් දෙකම නියත වේග සහ නියත මාර්ග පවත්වා ගනී. එක්තරා අවස්ථාවක දී නැව් දෙක ඒවායේ පෙතෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වන O ට 10 km දුරින් O වෙත ළඟාවෙමින් පැවතුණි. පැය t කාලයකට පසුව P සහ Q අතර පවතින දුර සොයන්න. ඒ නයින් P සහ Q එකිනෙකට ආසන්නතම අවස්ථාවෙදි t හි අගය සොයන්න. ආසන්නතම දුර සොයන්න. P සහ Q එකිනෙකට ආසන්නතම අවස්ථාවේදී P සිට Q දර්ශනය වන දිශාව නැගෙනහිරින් $\tan^{-1}\frac{3}{4}$ කෝණයක් දකුණු දෙසට වන බව පෙන්වන්න.

24. A සහ B නැව් දෙකක ප්‍රවේග පිළිවෙලින් $8\,(2\sqrt{3}i + j)$ kmh^{-1} හා $2\,(\sqrt{3}i - 3j)$ kmh^{-1} වේ. ඒවායේ පිහිටීම් දෛශික පිළිවෙලින් දවල් 12 ට $4\,(-i + \sqrt{2}j)$ km හා $12\,(i + \sqrt{2}j)$ වේ.

(i) A සමුද්දේශ රාමුවේ B ගේ පෙත

(ii) A හා B අතර කෙටිම දුර $= 4\,(\sqrt{6} - 2)$ km බව පෙන්වා ඒ සඳහා ගතවූ කාලය සොයන්න.

B

25. උතුරු දිශාවට නොට් 12 ක වේගයෙන් ගමන් කරන A නැවේ කපිත්නාවරයාට නාවික සැතපුම් 10 ක් බටහිරින් ඇති B නැව දකුණෙන් 30^0 ක් නැගෙනහිර දිශාවට නොට් $12\sqrt{3}$ ක වේගයෙන් ගමන් කරන්නා සේ පෙනේ.

(i) B නැවේ නියම ප්‍රවේගය සොයන්න.

(ii) නැව් දෙක එකිනෙකට ආසන්නව පිහිටන විට B සිට A හි දිගංශය 060^0 බව පෙන්වන්න.

(iii) A ප්‍රහාරක නෞකාවක් නම් හා එයට වෙඩි තැබිය හැකි උපරිම පරාසය නාවික සැතපුම් 9 ක් නම් B නැව $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ min ක තුළ අනතුරට භාජනය විය හැකි බව පෙන්වන්න.

26. දකුණු දිශාවට $u\ \text{kmh}^{-1}$ වේගයෙන් යාත්‍රා කරන යුධ නැවක කපිතාන්වරයා සිය නැවට බටහිර දෙසින් d km දුරකින්, උතුරින් 30^0 ක් නැගෙනහිර දිශාවට $u\sqrt{3}\ \text{kmh}^{-1}$ වේගයෙන් යාත්‍රා කරන සේ පෙනෙන සතුරු නැවක් දකියි.

(i) සතුරු නැවෙහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

(ii) නැව් දෙක එකිනෙකට ආසන්නතම වන විට, යුධ නැවේ සිට සතුරු නැවේ දිගංශයත්, එම නැව් දෙක අතර කෙටිතම දුරත් සොයන්න.

(iii) යුධ නැවට 0.9 km දුරක් වෙඩි තැබිය හැකි නම්, සතුරු නැව මිනිත්තු $12\sqrt{2}\ \dfrac{d}{u}$ කාලයක් තුළ යුධ නැවෙහි වෙඩි වලට භාජනය වීමට ඉඩ ඇති බව පෙන්වන්න.

27. උතුරට $24\ \text{kmh}^{-1}$ ක වේගයෙන් ගමන් කරන A නැවක කපිතාන් බටහිරින් 16km ක දුරක් ඈතින් B නැවක් දකියි. ඔහුට B නැව දකුණෙන් 30^0 ක් නැගෙනහිරට වූ දිශාවට $24\sqrt{3}\ \text{kmh}^{-1}$ වේගයෙන් ගමන් කරන්නාසේ පෙනෙයි.

(i) B නැවේ නියම ප්‍රවේගය සොයන්න.

(ii) A හා B නැව් ඉතාම ආසන්න පිහිටීමේ ඇති විට B සිට A හි දිශාව සොයන්න.

(iii) A යනු $4\sqrt{15}$ km ක දුරක් දක්වා වෙඩි තැබිය හැකි තුවක්කු සවිකොට ඇති යුධ නැවක් නම්, B යානයට පළමු ප්‍රහාරය එල්ල වීමට ප්‍රථමව, ආරම්භක පිහිටීමේ සිට B යානය $\left(\dfrac{8-4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$ km දුරක් තම ගමන් මාර්ගයෙහි ගමන් කළ යුතු බව පෙන්වන්න.

(iv) B නැව මිනිත්තු 20 ක කාලයක් අනතුරේ පවතින බව පෙන්වන්න.

28. $u\ \text{kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට චලිතය වන A නැවට r km දුරක් නැගෙනහිරින්, සතුරු B නැවක් $u\sqrt{2}\text{kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් නිරිත දිශාවට චලිතය වන්නාක් මෙන් දෘෂ්‍ය වේ. B ගේ සත්‍ය ප්‍රවේගය සොයා නැව් දෙක කිට්ටුම දුරින් පිහිටන විට B නැව A ගෙන් ගිනිකොණ දිශාවේ පිහිටන බව පෙන්වන්න. A නැවේ තුවක්කුවල ප්‍රහාරක පරාසය R ($r > R > \dfrac{r}{\sqrt{2}}$) නම්, B අනතුරේ පවතින කාලය $\dfrac{\sqrt{2R^2 - r^2}}{u}$ h බව පෙන්වන්න.

29. ප්‍රහාරක යාත්‍රාවක් $u\ \text{kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් උතුරු දෙසට යාත්‍රා කරයි. සබ්මැරීනයක් මුහුදු පෘෂ්ඨයට යන්තම් යටින් $v\ \text{kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් උතුරින් බස්නාහිරට θ වලින් ආනත වන කෙලින් මගක චලිත වේ. ($v\cos\theta > u$) එක්තරා මොහොතකදී සබ්මැරීනය ප්‍රහාරක යාත්‍රාවේ සිට d km දුරින් නැගෙනහිර දෙසින් තිබේ. ප්‍රහාරක යාත්‍රාවේ විස්තෘත අවකාශයේ සබ්මැරීනයේ පෙත සටහන් කර,

(i) ප්‍රහාරක යාත්‍රාවේ හා සබ්මැරීනය අතර කෙටිම දුර $S = \dfrac{d\,(v\cos\theta - u)}{\sqrt{(u^2 - v^2 - 2uv\cos\theta)}}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) ප්‍රහාරක යාත්‍රාවේ තුවක්කුවල ප්‍රහාරක පරාසය R නම් (R > S) පැය $\sqrt{\dfrac{(R^2 - S^2)}{(u^2 + v^2 - 2uv\cos\theta)}}$ කාලයක් තුළ සබ්මැරීනය අනතුරේ බව පෙන්වන්න.

30. ප්‍රහාරක යාත්‍රාවක් $2u$ kmh^{-1} නියත වේගයකින් හරි උතුරු දිශාවට ගමන් කරයි. $t = 0$ මොහොතක ප්‍රහාරක යාත්‍රාවට හරි නැගෙනහිරින් a km දුරින් සතුරු යාත්‍රාවක් දිස් වේ. සතුරු යාත්‍රාව u km^{-1} ප්‍රවේගයෙන් බටහිරින් 30^0 ක් උතුරු දිශාවට චලිත වේ. ප්‍රහාරක යාත්‍රාවේ පරාසය $\dfrac{b}{2}$ km නම් සතුරු යාත්‍රාව පවතින කාලය පැය $\dfrac{\sqrt{3b^2 - 9a^2}}{3u}$ බව පෙන්වන්න.

31. A, B නැව් දෙක ප්‍රවේග පිළිවෙලින් $25\sqrt{3}$kmh^{-1} හා 25 kmh^{-1} වේ. $t = 0$ මොහොතක A සමුද්දේශ රාමුවේ B නැව 10km දුරින් දකුණු දිශාවේ පිහිටා ඇත. A නැව නැගෙනහිර දිශාවට චලිත වේ. B නැව උතුරෙන් 60^0 ක් නැගෙනහිර දිශාවට චලිත වේ. A නැවෙහි තුවක්කුවල ප්‍රහාරක පරාසය 9km නම්, A හා B අතර කෙටිම දුර $5\sqrt{3}$km බව පෙන්වා B නැව අනතුරේ පවතින කාලය $\dfrac{2\sqrt{6}}{25}$ බව පෙන්වන්න.

32. P නම් පොලිස් රථයකට නැගෙනහිරින් d දුරින් A නම් හොර බඩු රැගත් රථයක් ඇත. A රථය $2u$ ප්‍රවේගයෙන් බටහිරින් 60^0 උතුර බලා ධාවනය කරයි. මෙය දුටු U ප්‍රවේගයක් සහිත P රථය U ප්‍රවේගයෙන් A රථය ලුහුබඳී. P හි වෙඩි තැබීමේ පරාසය $\dfrac{3d}{4}$ නම් A අනතුරේ පවතින උපරිම කාලය $\dfrac{d}{2u}\sqrt{\dfrac{5}{3}}$ බව පෙන්වන්න. P හි වෙඩි තැබීමේ පරාසය $\dfrac{d}{2}$ නම් A අනතුරේ නොමැති බව පෙන්වන්න.

33. කුරුල්ලෙක් සහ කිරිල්ලියක් පොළවේ සිට එකම උස ඇති ගස් මුදුන් 2 ක සිටී. ඔවුන් එකම තිරස් මට්ටමේ පියාසර කරයි. එක්තරා මොහොතක කිරිල්ලිය සිටින ලක්ෂ්‍යයේ සිට $4\sqrt{3}$ බටහිර දිශාවේ කුරුල්ලා සිටී. කිරිල්ලිය උතුරට $\sqrt{3u}$ වේගයෙන් චලිත වේ. කුරුල්ලා උතුරෙන් 30^0 ක් නැගෙනහිර දිශාවට u ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. කිරිල්ලිය මිහිරි නාදයක් නිකුත් කරන අතර එය එකක $\dfrac{13}{2}$ දුරකට ඇසේ. කුරුල්ලාට කිරිල්ලියගේ නාදය ඇසෙන කාල පරාසය සොයන්න.

C

34. නැගෙනහිර දෙසට 8 kmh^{-1} වේගයකින් ගමන් ගන්නා සයිකල්කරුවෙකුට උතුරු දෙසින් සුළඟක් හමන බව දැනේ. සයිකලයේ වේගය දෙගුණ කළ පසු සුළඟ ඊසාන දෙසින් හමා එන බව ඔහුට දැනේ. සුළඟේ ප්‍රවේගය (නොවෙනස්ව පවතියි නම්) සොයන්න.

35. $5\ \text{kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් බටහිරට චලිත වන මිනිසෙකුට සුළඟ වයඹ දිශාවේ සිට හමන්නාක් මෙන් පෙනේ. ඔහු $10\ \text{kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් නැගෙනහිර දිශාවට චලිත වන විට සුළඟ ඊසාන දිශාවේ සිට හමන්නාක් මෙන් පෙනේ නම් සුළඟේ සත්‍ය ප්‍රවේගය සොයන්න.

36. මෝටර් සයිකලයක් පදින්නෙක් $30\ \text{kmh}^{-1}$ වේගයෙන් ගිනිකොණ දිශාවට ගමන් කරන විට ඔහුට පෙනෙන්නේ සුළඟක් නැගෙනහිරින් හමනසේය. ඔහු එම වේගයෙන්ම නිරිත දිශාවට බයිසිකලය පදින විට ඔහුට පෙනෙන්නේ සුළඟ බටහිර සිට කලින් අවස්ථාවට වඩා දෙගුණයක වේගයෙන් හමන සේය. සුළඟේ සැබෑ වේගය $10\sqrt{5}\ \text{kmh}^{-1}$ බව ද, එහි දිශාව නැගෙනහිරින් θ දකුණු දිශාවට බවද පෙන්වන්න. මෙහි $\theta = \cos^{-1}\dfrac{1}{\sqrt{10}}$ වේ.

37. මිනිසෙක් පැරෂුටයකින් සිරස්ව පහළට චලිත වීමේදී ඔහුගේ ප්‍රවේගය $v\ \text{ms}^{-1}$ වන විට වැහි බිංදු සිරසට α කෝණයකින් වැටෙන්නා සේ ඔහුට පෙනේ. ඔහුගේ ප්‍රවේගය $2v\ \text{ms}^{-1}$ වන විට වැහි බිංදු සිරසට β කෝණයකින් ආනතව වැටෙන්නා සේ ඔහුට පෙනේ. වැහි බිංදු වැටෙන නියම දිශාව සිරසට λ ආනත නම් අවස්ථා දෙක සඳහාම ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම සටහනේ නිර්මාණය කරන්න. cot ප්‍රමේයය භාවිතා කිරීමෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින්,
$\cot\lambda = 2\cot\alpha - \cot\beta$ බව පෙන්වන්න.

38. u ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිරට ගමන් කරන මගියෙකුට නැගෙනහිරින් උතුරට α වූ දිශාවක සිට සුළඟක් හමන්නාසේ දැනේ. ඔහු $2u$ ප්‍රවේගයෙන් උතුරට ගමන් කරන විට එම සුළඟ නැගෙනහිරින් උතුරට β වූ දිශාවක සිට හමන්නාසේ දැනේ. සුළඟ සත්‍ය වශයෙන්ම බටහිරින් දකුණට $\tan^{-1}\left[\dfrac{\tan\alpha\,(2+\tan\beta)}{2+\tan\alpha}\right]$ කෝණයක් වූ දිශාවකින් වන බව පෙන්වන්න.

39. දකුණු දිශාවට Ukmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් චලිතය වන රථයකට සුළඟ දකුණින් $\alpha\ (< \pi/2)$ බටහිර දිශාවට Ukmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් හමන්නාක් මෙන් දැනේ. මෙම රථය දකුණු දිශාවට 2Ukmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් චලිතය වන විට සුළඟ උතුරින් $\beta\ (< \pi/2)$ බටහිර දිශාවට හමන්නාක් මෙන් දැනේ. සුළඟේ සත්‍ය ප්‍රවේගය දකුණින් $\dfrac{\alpha}{2}$ බටහිර දිශාවට $2\text{U}\cos\dfrac{\alpha}{2}\ \text{kmh}^{-1}$ බවත් $\beta = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\alpha}{2}$ බවත් දෙවන අවස්ථාවේ රථයට සාපේක්ෂ සුළඟේ වේගය $2\text{U}\sin\dfrac{\alpha}{2}\ \text{kmh}^{-1}$ බවත් පෙන්වන්න.

40. බයිසිකල්කරුවකු u නියත ප්‍රවේගයෙන් ගිනිකොණ දෙසට චලිත වන විට ඊශාන දෙස සිට සුළඟ හමා එනු දැනේ. බයිසිකල්කරු $2u$ නියත නියත ප්‍රවේගයෙන් නිරිත දෙසට චලිත වන විට වයඹ දෙස සිට සුළඟ හමා එනු දැනේ. අවස්ථා දෙකේදීම සුළඟේ සත්‍ය ප්‍රවේගය නියතව පවතී නම්, එය නිරූපණය කිරීමට ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ දෙකම එකම සටහනේ නිර්මාණය කරන්න. එනයින් සුළඟේ සැබෑ ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය $\sqrt{5}u$ බව පෙන්වා එහි දකුණින් $\tan^{-1}\dfrac{1}{3}$ කෝණයක් බටහිර දිශාවට වන බව පෙන්වන්න.

41. මගියෙකු නැගෙනහිර දිශාවට v ප්‍රවේගයෙන් චලිත වන විට නියත ප්‍රවේගයෙන් හමන සුළඟක් උතුරේ සිට හමන්නාක් මෙන් දැනේ. මගියා $3v$ ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිරින් 60^0ක් දකුණු දිශාවට චලිත වන විට නැගෙනහිර සිට සුළඟ හමනු දැනේ. අවස්ථා දෙක සඳහාම ගැළපෙන ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම සටහනක නිර්මාණය කරන්න. එනයින් සුළඟේ සැබෑ ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය $\sqrt{31}\ \dfrac{v}{2}$ බව පෙන්වන්න.

42. A බෝට්ටුව නැගෙනහිර දිශාවට $2u\ \text{ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. B බෝට්ටුව $u\ \text{ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිත වන අතර දිගංශය 030^0 ක් වේ. එක්තරා මොහොතක A හි නිරීක්ෂකයකු C බෝට්ටුව දකුණට චලිත වනු දකී. B හි නිරීක්ෂකයකු විසින් C හි දිගංශය 150^0 බව දකී. C හි ප්‍රවේගය $u\sqrt{7}$ බව පෙන්වා එහි දිශාව සොයන්න.

43. නොට් 20 ක වේගයෙන් උතුරට ගමන් කරන A නැවක නිරීක්ෂකයකු සතුරු බෝට්ටුවක් ඊසාන දෙසට චලිත වන බව දකී. නොට් 20 ක වේගයෙන් දකුණට ගමන් කරන B නැවක නිරීක්ෂකයා එම සතුරු බෝට්ටුවම උතුරෙන් 30^0ක් නැගෙනහිර දෙසට ගමන් කරන බව දකී. සතුරු බෝට්ටුව උතුරින් α නැගෙනහිර දිශාවට ගමන් කරයි නම් $\tan\alpha = \sqrt{3} - 1$ බව පෙන්වන්න.

44. මෝටර් රථයක් $u\ \text{ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් දකුණු දිශාවට චලිත වේ. රියදුරාට දැනෙන ආකාරයට සුළඟ බටහිරින් α උතුරු දිශාවට චලිත වේ. එම ප්‍රවේගයෙන්ම රථය උතුරට චලිත වන විට සුළඟ බටහිරින් θ උතුරු දිශාවට චලිතවන බව රියදුරාට දැනේ. රථය $2u\ \text{ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් උතුරට චලිත වන විට සුළඟ බටහිරින් ϕ උතුරු දිශාවට චලිත වන බව රියදුරාට දැනේ.
$2\tan\phi = 3\tan\theta - \tan\alpha$ බව පෙන්වන්න.

45. ළමයෙක් ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් උතුරු දිශාවට චලිත වන විට සුළඟ නැගෙනහිරින් α උතුරු දිශාවට හමන බව ළමයාට දැනේ. ළමයා පළමු ප්‍රවේගයෙන්ම නැගෙනහිරට චලිත වන විට සුළඟ උතුරින් β නැගෙනහිර දිශාවට හමන බව ළමයාට දැනේ. සුළඟේ දිශාව බටහිරින් θ දකුණු දිශාවෙන් නම් $\tan\theta = \dfrac{1+\tan\alpha}{1+\tan\beta}$ බව පෙන්වන්න.

46. A මිනිසෙක් උතුරු දිශාවට u නියත ප්‍රවේගයෙන් ද, B මිනිසෙක් නැගෙනහිර දිශාවට නියත u ප්‍රවේගයෙන් ද චලිත වේ. උතුරින් α කෝණයක් නැගෙනහිර දිශාවට සුළඟ හමන බව A ට දැනේ. නැගෙනහිරින් 2α කෝණයක් උතුරු දිශාවට සුළඟ හමන බව B ට දැනේ. A සහ B පදනම් කරගනිමින් පොළවට සාපේක්ෂව සුළඟේ ප්‍රවේගය නිරූපණය වන සේ ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම සටහනක නිර්මාණය කර, සුළඟේ සත්‍ය චලිත දිශාව නැගෙනහිරින්

$\tan^{-1}\left[\dfrac{2\cos\alpha\cos(\pi/4-\alpha)}{\cos(\pi/4-2\alpha)}\right]$ කෝණයක් උතුරට වන බව සාධනය කරන්න.

47. එක් නැවක් 48 kmh^{-1} ක වේගයෙන් දකුණු දෙසට යාත්‍රා කරයි. දෙවැනි නැවක් 32 kmh^{-1}ක වේගයෙන් නැගෙනහිර දෙසට යාත්‍රා කරයි. පළමු නැවේ නාවුක පිරිසට තුන්වැනි නැවක් ඊශාන දිශාවට යාත්‍රා කරනු සේ පෙනෙයි. දෙවැනි නැවේ නාවුක පිරිසට මේ තුන්වැනි නැව 30^0ක් දකුණින්, බටහිර දිශාවකට යාත්‍රා කරන සේ පෙනෙයි. තුන්වැනි නැවේ ගමන් මාර්ගයත්, වේගයත් සොයන්න.

48. දකුණට නියත වේගයෙන් ගමන් කරන මගියෙකුට උතුරින් 15^0 කෝණයක් නැගෙනහිරට වූ දිශාවකට සුළඟක් හමනු දැනේ. මගියා එම වේගයෙන්ම බටහිරට ගමන් කරන විට නැගෙනහිරින් 45^0 කෝණයක් උතුරට වූ දිශාවකට සුළඟ හමනු දැනේ. නියත වශයෙන්ම සුළඟ හමන්නේ නැගෙනහිරින් $\tan^{-1}\left(\frac{3+\sqrt{3}}{2}\right)$ කෝණයක් උතුරට වූ දිශාවකට බව සාධනය කරන්න.

49. ක්‍රීඩකයෙක් තම පුහුණුවේදී උතුරු දිශාවට v ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් දුවයි. උතුරෙන් θ නැගෙනහිර දිශාවෙන් සුළඟක් එම එන බව ඔහුට දැනේ. $0^0 < \theta < 45^0$ වේ. ක්‍රීඩකයා ආපසු හැරී පළමු ප්‍රවේගයෙන්ම දකුණු දිශාවට දුවයි. නැගෙනහිරින් θ දකුණු දිශාවෙන් සුළඟ හමන බව ඔහුට දැනේ. සුළඟේ සත්‍ය ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය v ms^{-1} බවද දිශාව දකුණින් 2θ බටහිර දිශාවට බවද පෙන්වන්න.

50. උතුරු දිශාවට ඒකාකාර u ප්‍රවේගයකින් යාත්‍රා කරන A නැවකට, උතුරෙන් නැගෙනහිරට අංශක α කෝණයකින් යොමු වූ දිශාවෙන් තමා දෙසට එළැඹෙන B කුඩා දුම් නැවක් දිස්වේ. එම මොහොතේ ම A නැවට දකුණෙන් බටහිරට අංශක α කෝණයෙන් යොමු වූ දිශාවෙන් තමා දෙසය එළැඹෙන වෙනත් C දුම් නැවක් ද දිස්වේ. B සහ C එක් එක් නැව නිශ්චල ජලයේ v ඒකාකාර වේගයෙන් චලනය වන අතර B නැව දකුණෙන් බටහිරට අංශක ϕ කෝණයක් සාදන දිශාවට ද, C නැව උතුරෙන් නැගෙනහිරට අංශක θ කෝණයක් සාදන දිශාවට ද, පදවනු ලැබේ. $0^0 < \theta < \alpha < \phi < 90^0$ නම්, A සහ B සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණය ද A සහ C සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණය ද එකම රූප සටහනක අඳින්න.

එනයින් $\frac{v}{\sin\alpha} = \frac{u}{\sin(\alpha-\theta)} = \frac{u}{\sin(\phi-\alpha)}$ බව ද C ට සාපේක්ෂව B හි ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය $2\sqrt{v^2 - u^2\sin^2\alpha}$ බව ද පෙන්වන්න.

51. මිනිසෙකු v ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාව චලිත වන විට ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් හමන සුළඟක් නැගෙනහිරින් α කෝණයක් උතුරු දිශාවේ සිට හමන්නාසේ ඔහුට දැනේ. මිනිසා එම වේගයෙන්ම දකුණු දිශාවට චලිත වන විට සුළඟ නැගෙනහිරින් β කෝණයක් දකුණු දිශාවට හමන්නාසේ ඔහුට දැනේ. සුළඟ සත්‍ය වශයෙන්ම හමායන්නේ නැගෙනහිර θ කෝණයක් දකුණට වූ දිශාවට නම්, අවස්ථා දෙක සඳහා ම ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම සටහනේ ඇඳ
$\cos\beta\sin(\theta+\alpha) = \sin\alpha\sin(\theta-\alpha)$ බව පෙන්වන්න.

52. මිනිසෙක් තිරස් දිශාවට ගමන් කරන විට වැස්සක් තිරසට α කෝණයක් ආනතව වැටෙන්නා සේ පෙනේ. ඔහු එම සරල රේඛාවේම ඊට ප්‍රතිවිරුද්ධව එම දිශාවටම එම ප්‍රවේගයෙන්ම ගමන් කරන විට වැස්ස එම දිශාවට β ආනතව වැටෙන්නා සේ පෙනේ. වැස්සේ නියම දිශාව θ නම්, $\tan\theta = \dfrac{2\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)}$ බව පෙන්වන්න.

53. නැවක් 30 kmh^{-1} කින් බටහිර යාත්‍රා කරන අතර දෙවන නැවක් 20 kmh^{-1} කින් දකුණට යාත්‍රා කරයි. පළමු නැවේ නැවියන්ට තුන්වන නැවක් ගිනිකොණ දිශාවේ යාත්‍රා කරන සේ පෙනෙන අතර, දෙවැනි නැවේ නැවියන්ට එය උතුරින් බටහිරට 60^0 ක දිශාවේ යාත්‍රා කරන්නා සේ පෙනේ. තුන්වැනි නැව දකුණෙන් බටහිරට 75^0 දිශාවේ යාත්‍රා කරන බව පෙන්වන්න.

54. A නැවක් u kmh^{-1} නියත ප්‍රවේගයෙන් උතුරට චලිත වෙයි. එක්තරා මොහොතකදී A ට $a$km දුරක් නැගෙනහිරින් B නැවක් දර්ශනය විය. පැය t කාලයකට පසුව A ට B දර්ශනය වූයේ $2a$ km දුරක් දකුණු දිශාවෙනි. B නැව v kmh^{-1} නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිත වන නමුත් A ට පෙනෙන්නේ B නැව w kmh^{-1} නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිත වන අන්දමිනි. $\sqrt{5}u > 2w$ නම් B ගේ සැබෑ චලිත දිශාව බටහිරින් $\tan^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{5}u-2w}{w}\right)$ කෝණයක් උතුරට වන බව සාධනය කරන්න.

D

55. A නැවක් 24 kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් දකුණු දෙසට යාත්‍රා කරමින් තිබිණි. එක්තරා මොහොතකදී B නැවක් A නැවට 3km දුරක් ඊශාන දිශාවෙන් දර්ශනය විය. විනාඩි 30 කට පසු B නැව A ට 3km දුරක් නැගෙනහිරින් දක්නා ලදී. නැව් දෙක අතර කෙටිතම දුර ද, B නැවේ ප්‍රවේගය ද සොයන්න. (B නැව පොළවට සාපේක්ෂව ඍජු පථයක චලනය වන බව සලකන්න.)

56. නැවක් u නියත ප්‍රවේගයෙන් දකුණු දිශාවට චලිත වේ. නැවේ සිටින නිරීක්ෂකයෙකු විසින් එක්තරා මොහොතකදී නැගෙනහිර දෙසින් $5a$ දුරකින් බෝට්ටුවක් නිරීක්ෂණය කරන ලද අතර $\dfrac{3a}{u}$ කාලයකට පසුව නැගෙනහිරින් $\cos^{-1}\dfrac{4}{5}$ කෝණයක් දකුණු දෙසින් $4a$ දුරකින් බෝට්ටුව තිබෙනු නිරීක්ෂණය කරන ලදී. නැවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවේ චලිතය සැලකීමෙන්, බෝට්ටුවේ සත්‍ය චලිත දිශාව දකුණින් $\cos^{-1}\dfrac{3}{\sqrt{10}}$ කෝණයක් බටහිරට වන බව සාධනය කරන්න. බෝට්ටුවේ සත්‍ය ප්‍රවේගය $3u\sqrt{\dfrac{2}{5}}$ බව ද සාධනය කරන්න.

(බෝට්ටුව පොළවට සාපේක්ෂව ඍජු පථයක චලනය වන බව සලකන්න.)

57. A සහ B නැව් දෙකකට පිළිවෙලින් $4u$ සහ $5u$ වේග ඇත. A නැගෙනහිර බලාද B අඥාත සරල රේඛීය මාර්ගයක ද යාත්‍රා කරයි. t = 0 විට A හි නිරීක්ෂකයකු B නැව 4d දකුණින් දකින අතර t = T විට 3d බටහිරින් දකියි. A හි රාමුවේ B ගේ පෙත සැලකීමෙන් $T = \dfrac{(\sqrt{41} - 4)\,d}{3u}$ බව පෙන්වන්න.

58. සරල මාර්ගයක වේගයෙන් චලිතය වන A නැව, එක්තරා මොහොතකදී u kmh^{-1} වේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට චලිතය වන B නැවට a km දුරක් දකුණු දෙසින් පිහිටයි. පැයකට පසුව A, B ට $\dfrac{a}{\sqrt{2}}$ km දුරක් ඊසාන දෙසින් පිහිටයි. සාපේක්ෂ ප්‍රවේග මූලධර්මය භාවිතයෙන් A ගේ චලිත දිශාව උතුරෙන් $\tan^{-1}\left(\dfrac{2u + a}{3a}\right)$ ක් නැගෙනහිරට බව පෙන්වන්න.

59. A නැවක් උතුරු දෙසට 40 kmh^{-1} නියත වේගයෙන් චලිත වේ. B නැවකට 60 kmh^{-1} උපරිම වේගයක් ලබාගත හැක. A ට 10km දුරක් නැගෙනහිරින් වූ පිහිටුමකට B නැව හැකි ඉක්මණින් චලිත විය යුතුව පවතී. B චලිතය අරඹන විටදී A ට 10km දුරින් දකුණින් 30^0 ක් බටහිර දෙසින් B පැවතුණි. B චලිත විය යුතු දිශාව සොයන්න. අදාල පිහිටුම දක්වා චලිත වීමට B ට ගතවන කාලය සොයන්න. චලිතය අතරතුරේදී නැව් දෙක අතර ඇතිවන කෙටිතම දුර ද සොයන්න.

60. t = 0 දී A නැමැති නැවක් නැගෙනහිර දිශාවට u වේගයෙන් ගමන් කරමින් තිබුණ අතර B නැමැති නැවක් A ට d දුරක් දකුණු දිශාවෙන් ගමන් කරමින් තිබුණි. එහි වේගය v වන අතර ගමන් දිශාව උතුරෙන් 30^0 ක් බටහිරට යොමුවී තිබුණි.

(i) B ට සාපේක්ෂව A ගේ ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය $\sqrt{u^2 + v^2 + uv}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) B ගේ සමුද්දේශ රාමුවේ A ගේ ගමන් මාර්ගය සලකා A හා B අතර දුර d ට සමානව නැවත පිහිටන්නේ $t = \dfrac{v d\sqrt{3}}{u^2 + v^2 + uv}$ විට දී බව පෙන්වන්න.

E

61. ගඟක A, B, C නම් බෝයාවල් තුනක් පාදය a බැගින් වූ සමපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවල පිහිටා ඇත. ගඟ AB දිශාවට u ප්‍රවේගයෙන් ගලා බසී. බෝට්ටුවක නිශ්චල ජලයේ ප්‍රවේගය $v\ (> u)$ ය. බෝට්ටුවට ABCA පථය ගෙවා යෑමට ගතවන කාලය $\left(\dfrac{v^2 + \sqrt{4v^2 - 3u^2}}{v^2 - u^2}\right) a$ බව පෙන්වන්න.

62. ඒකාකාරව u ප්‍රවේගයෙන් ගලාබසින ඍජු ඉවුරු ඇති පළල $3a$ වූ ගඟක එක් ඉවුරක A ලක්ෂ්‍යයට ප්‍රතිමුඛ අනෙක් ඉවුරේ ලක්ෂ්‍යය B ය. මෙහි AB රේඛාව මත C කුඩා දූපත ඇත. ($AC = a$ හා $CB = 2a$ වේ.) A ලක්ෂ්‍යය ඇති ඉවුර මත A ට පහළින් M ලක්ෂ්‍යයත්, B ලක්ෂ්‍යය ඇති ඉවුර මත B ට පහළින් N ලක්ෂ්‍යයත් පිහිටා ඇත්තේ $A\hat{C}M = B\hat{C}N = \alpha$ වන පරිදිය. P හා Q යහළුවන් දෙදෙනෙකු එක විට C සිට චලිතය අරඹා ජලයට සාපේක්ෂව පිළිවෙලින් $2u$ හා $4u$ ප්‍රවේගවලින් ගමන් කරන්නේ M හා N ලක්ෂ්‍යවලින් එකවිට ගොඩබැසිය හැකි වන අන්දමිනි. $\sqrt{15 + \sin^2 \alpha} - 2\sqrt{3 + \sin^2 \alpha} = \sin \alpha$ බව පෙන්වා එමගින් $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$ බව අපෝහනය කරන්න.

63. A, B හා C වූ කලී CAB ඍජුකෝණී සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් වන සේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යය තුනකි. A, C ලක්ෂ්‍යය v වේගයෙන් ගලන ගඟක් එක් ඉවුරකද B ලක්ෂ්‍යය A ට හරි කෙලින් ගඟේ අනෙක් ඉවුරේ ද පිහිටා ඇත. ජලයට සාපේක්ෂව u ප්‍රවේගයකින් පිහිනිය හැකි මිනිසෙක් t_1 කාලයක දී A වලින් පිටත්ව B ලක්ෂ්‍යයට පිහිනා ආපසු පැමිණේ. ඔහුට A වලින් පිටත්ව C ලක්ෂ්‍යයට පිහිනා නැවත A ට පැමිණීමට t_2 කාලයක් ගතවේ $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{u^2 - v^2}}{u}$ බව පෙන්වන්න.

64. සරල සමාන්තර ඉවුරු සහිත ගඟක් ඒකාකාර v ප්‍රවේගයෙන් ගලා බසී. ළමයෙකුගේ නිශ්චල ජලයේ පිහිනීමේ ප්‍රවේගය $4u$ වේ. ගඟේ පළල d වේ. එක් ඉවුරක වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට අනෙක් ඉවුරේ d දුරක් ගඟ ඉහලින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යය කරා සරල රේඛාවක් ඔස්සේ ළමයා පිහිනා යන්නේ නම්, ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ ගඟෙන් එතෙර වීමට ළමයාට ගතවන කාලය සොයන්න.

65. පළල a වන සරල සමාන්තර ඉවුරු සහිත ගඟක එක් ඉවුරක ලක්ෂ්‍යයක් A ද අනෙක් ඉවුරේ ප්‍රතිමුඛ ලක්ෂ්‍යය B ද B සිට b දුරක් ගඟ පහළින් B පිහිටි ඉවුර මත ලක්ෂ්‍යය C ද වේ. ගඟ නියත u ප්‍රවේගයෙන් ගලා බසී. මිනිසෙකුගේ නිශ්චල ජලයේ ප්‍රවේගය $v\ (> u)$ වෙයි. මිනිසා A සිට අරඹා AC දිගේ පිහිනා ගොස් C වෙත පැමිණේ. මිනිසා පිහිනන දිශාව AC සමඟ සාදන කෝණය $\sin^{-1}\left[\frac{ua}{v\sqrt{a^2 + b^2}}\right]$ බවත් චලිතය සඳහා ගත වූ කාලය $\frac{a^2 + b^2}{\sqrt{(a^2 + b^2)\, v^2 - a^2u^2} + bu}$ බවත් සාධනය කරන්න.

66. සමාන්තර ඉවුරු ඇති ගඟක එකම ඉවුරේ A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙක පිහිටා ඇත. B පිහිටා ඇත්තේ A ට ගඟ පහළිනි. $AB = l$m වේ. ගඟේ පළල dm වන අතර එහි ජලයේ ප්‍රවේගය $V\ ms^{-1}$ වේ. A ට හරි කෙලින් විරුද්ධ ඉවුරේ C ලක්ෂ්‍යය පිහිටයි. A සිට මිනිසෙක් පිහිනීමට පටන් ගන්නේ C වෙත ළඟා වීමටය. ජලයට සාපේක්ෂව ඔහුට පිහිනිය හැකි වේගය $U_1\ ms^{-1}$ වේ. එම මොහොතේ දී තවත් මිනිසෙක් B සිට පිහිනීමය පටන් ගන්නේ C වෙත ළඟා වීමටය. ජලයට සාපේක්ෂව ඔහුට පිහිනිය හැකි වේගය $U_2\ ms^{-1}$ වේ.
($V < U_1 < U_2$ වේ.)

(i) පළමු මිනිසාට C වෙත ළඟාවීමට ගන්නා කාලය තත්පර $\frac{d}{\sqrt{u_1^2 - v^2}}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) දෙවැන්නා පිහිනිය යුත්තේ BC සමඟ $\sin^{-1}\left\{\frac{V}{U_2}\,\frac{d}{\sqrt{d^2+l^2}}\right\}$ කෝණයක් සාදන දිශාවේ බව පෙන්වන්න.

67. ජලය මීටර් d වූ ගඟක් ජලය $u\,(ms^{-1})$ වේගයෙන් ගලා යයි. නිසල ජලයේ $3u\,(ms^{-1})$ වේගයෙන් පිහිනා යා හැකි ළමයෙක් එක් ඉවුරක A ලක්ෂ්‍යයේ සිටිති. B යනු AB රේඛාව ජල පහරේ දිශාව සමග α සුලු කෝණයක් සාදන පරිදි අනෙක් ඉවුරේ වූ B ලක්ෂ්‍යයකි. ළමයා A සිට B ට ගොස් නැවත A කරා ළඟා වේ. B සිට A තෙක් ආපසු ඒමට ගතවන කාලය A සිට B තෙක් යාමට ගතවන කාලය මෙන් එකහමාරක ගුණයක් නම්,

(i) $\cos^2 = \frac{1}{3}$ බව ද,

(ii) A සිට B තෙක් යන ගමනේ දි ඉවුරු වලට සාපේක්ෂව ප්‍රවේගය $2\sqrt{3}u$ බව ද,

(iii) ළමයා දෙගමනට ගන්නා මුළු කාලය $\frac{2\sqrt{2}d}{8u}$ බව ද පෙන්වන්න.

68. සමාන්තර ඉවුරු ඇති පළල a වන ඍජු ගඟක් ඒකාකාර වේගයෙන් ගලයි. P, Q යනු එකම ඉවුරක් මත ගඟ ගලන දිශාවට පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. මෙහි PQ = a වේ. පිහිනුම්කරුවෙකුට P සිට Q දක්වා ද, Q සිට P දක්වා ද, පිහිනීම සඳහා ගතවන කාල පිළිවෙලින් T_1 සහ T_2 වේ. ගඟ ගලන වේගය $\frac{(T_1 T_2)}{2T_1 T_2}\,a$ බව පෙන්වන්න. පිහිනුම්කරුට P ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඊට හරි කෙලින් අනෙක් ඉවුරේ වූ l ලක්ෂ්‍යයට පිහිනීම සඳහා ගතවන කාලය $\sqrt{T_1 T_2}$ බව පෙන්වන්න.

69. මෝටර් බෝට්ටුවකට නිසල ජලයේ $v\,kmh^{-1}$ ක නියත වේගයෙන් ගමන් කළ හැක. උතුරින් θ කෝණයක් බටහිරින් පිහිටි දිශාවක සිට ඒකාකාර ප්‍රචණ්ඩ දිය වැලක් $6\ kmh^{-1}$ ක නියත වේගයෙන් X වරාය හරහා ගමන් කරන දිනයක, බෝට්ටුවට X වරායේ සිට Y බෝයාවක් දෙසට ගමන් කරයි. Y පිහිටා ඇත්තේ X ට උතුරින් 30^0 ක් නැගෙනහිර දිශාවක් ඔස්සේ 5km දුරක් ඈතිනි. X සිට Y දක්වා ගමනට පැයක් ගත වේ නම් $\sqrt{3}\cos\theta - \sin\theta = \frac{v^2-61}{30}$ බව පෙන්වන්න. Y සිට X දක්වා ආපසු ගමනට බෝට්ටුව ගන්නා කාලය පැය 1/2 ක් වේ නම්, v සහ θ සොයන්න.

70. මිනිසෙකුට නිසල දියෙහි $u\ ms^{-1}$ සතත වේගයකින් බෝට්ටුවක් පැදවිය හැකිය. බල්ලෙකුට නිසල දියෙහි $v\,ms^{-1}$ සතත වේගයකින් පිහිනිය හැකිය. මිනිසාත්, බල්ලාත් $v\,ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් සතත ලෙස ගලා යන මීටර a පළලැති ඍජු ගඟක එකම ඉවුර මත පිළිවෙලින් A, B ලක්ෂ්‍යය දෙකක සිටිති. AB හි දිග මීටර d වේ. V හි $(V < u < v)$ දිශාවෙන් AB පිහිටා ඇත. A ට කෙළින්ම ප්‍රතිවිරුද්ධ ලෙස පිහිටි C ලක්ෂ්‍යයේ දී අනෙක් ඉවුර වෙත එළැඹෙන සේ මිනිසා ගඟ හරහා තම බෝට්ටුව පදවයි. A සිට C කරා යාමට ඔහුට ගතවන කාලය තත්පර $\frac{a}{\sqrt{u^2-v^2}}$ බව පෙන්වන්න.

මිනිසා A හිදී තම බෝට්ටුව දියත් කරන විට බල්ලා B හිදී දියට පැන ගඟේ දී මිනිසා මුණ ගැසෙන සේ සරල රේඛාවක් ඔස්සේ පිහිනයි. ඔවුන් A සිට මීටර $\frac{d\sqrt{u^2-v^2}}{\sqrt{v^2-u^2+v^2}-v}$ දුරින් AC මත පිහිටි D ලක්ෂ්‍යයකදී එකෙක් අනෙකාට හමුවන්නේ මේ දුර a ට අඩුනම් බව සාධනය කරන්න.

71. පළල d වූ සෘජු ගඟක ජලය ඒකාකාර u ප්‍රවේගයෙන් ගලා යයි. ජලයට සාපේක්ෂව v වේගයකින් පිහිනීමට හැකි මිනිසෙක් ගංඉවුරට ලම්බව ගඟ හරහා චලනය වන පරිදි පිහිනයි. ගඟ තරණය කිරීමට මිනිසා ගන්නා T කාලය සොයන්න. එම මිනිසාට d දුරක් ඉවුරට සමාන්තරව උඩුගං බලා පිහිනා ආපසු ආරම්භක ස්ථානයට පිහිනීමට ගතවන කාලය $\frac{2vt}{\sqrt{v^2-u^2}}$ බව පෙන්වන්න. u ට වඩා v විශාල විය යුත්තේ ඇයි?

F

72. සුළඟක් u ප්‍රවේගයෙන් බටහිර සිට නැගෙනහිරට හමයි. නිසල වාතයේදී ගුවන් යානයක වේගය v වේ. $(v > u)$ ගුවන්යානයක් උතුරෙන් α නැගෙනහිර දිශාවට a දුරක් ගොස් නැවත ආරම්භක ලක්ෂ්‍යයට පැමිණේ. පියාසර කාලය සොයන්න.

73. A ගුවන්තොටුපලට නැගෙනහිරින් B ගුවන්තොටුපළ පිහිටා ඇත. නැගෙනහිරින් α උතුරට වූ දිශාවකට u kmh^{-1} වේගයෙන් සතත සුළඟක් හමයි. නිශ්චල වාතයේ λu kmh^{-1} $(\lambda > 1)$ වේගයෙන් පියාසර කල හැකි ගුවන් යානයක් A සිට B ට ගොස් B සිට A ට ඒමට කාලය $\frac{T\lambda\sqrt{\lambda^2-\sin\alpha^2}}{\lambda^2-1}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි T යනු සුළඟක් නොමැති දිනක එම පථය සම්පූර්ණ කිරීමට යානාව ගන්නා කාලයයි.

74. ගුවන් යානයක නිසල වාතයේදී වේගය u kmh^{-1} වෙයි. පෘථිවියට සාපේක්ෂව එහි ගමන් මග වන්නේ පාදයක් d km දිග ABCDEF සවිධි ෂඩාස්‍රයකි. AB දිශාවට v kmh^{-1} $(v < u)$ ප්‍රවේගයෙන් හමන සතත ඒකාකාර සුළඟක් ඇත. ෂඩාස්‍රයේ පාද 6 ඔස්සේ වන ගමනේ සියල්ල සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ (හැකිනම් එකම රූපයක) අඳින්න. ඉංග්‍රීසි අකුරුවල අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන අතරට ගමන් වාරයක් සම්පූර්ණ කිරීමට ගතවන මුළු කාලය පැය $\frac{2d}{u^2-v^2}[u+\sqrt{4u^2-3v^2}]$ බව පෙන්වන්න.

75. ගුවන් යානයක් O ගුවන්තොටුපලක සිට a km දුරින් වන A ගුවන්තොටුපළකට යෑමට පිටත්වේ. නිසල වාතයේ දී ගුවන්යානයේ ප්‍රවේගය v kmh^{-1} වේ. $\overrightarrow{OA}$ රේඛාවට 60^0 ක් ආනත දිශාව ට සුළඟ අනවරත u kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. O සිට A ට යෑමට ගුවන්යානය යොමුකල යුතු දිශාව $\overrightarrow{OA}$ රේඛාවට $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}u}{2v}\right)$ කෝණයකින් ආනත බව පෙන්වන්න. ඒ සඳහා ගත වූ කාලය ද සොයන්න.

76. නිසල වාතයේ අහස් යානයක ප්‍රවේගය 250 kmh^{-1}වේ. නිරිත දිශාවේ සිට $50\sqrt{2}\ kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් නියත සුළඟක් හමයි. A ගුවන්තොටුපලට 500 km උතුරෙන් B ගුවන්තොටුපල ඇත. A සිට B ට අහස්යාසය පියාසර කිරීමට කාලයත්, නැවත ආපසු A ට පැමිණීමට කාලයත් අතර අනුපාතය සොයන්න.

77. නිසල කාලයේදී ගුවන්යානයක වේගය u වන අතර එහි ගමන් මග ABCD රොම්බසයකි. $C\hat{A}B = 30^0$ වන අතර AC දිශාව ඔස්සේ v නියත වේගයකින් හමා යයි නම්, ABCDA මගින් දැක්වෙන පිළිවෙලට ගමන් වාරයක් සම්පූර්ණ කිරීමට යානාවට ගතවන කාලය $\dfrac{Tu\sqrt{4u^2 - v^2}}{2(u^2 - v^2)}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි T යනු සුළඟක් නොමැති විට ඉහත පථය සම්පූර්ණ කිරීමට ගතවන කාලයයි.

78. පාදයක දිග a වන සමචතුරස්‍රයක ABCD ශීර්ෂවල A, B, C, D ගුවන්තොටුපල හතරක් ඇත. නිසල වාතයේදී අහස් යානයක ප්‍රවේගය u වේ. ඒකාකාර $v\ (< u)$ වේගයෙන් සුළඟක් AB ට සමාන්තර දිශාවට හමයි. අහස්යානය ABCDA පථය පියාසර කිරීමට ගනුලබන කාලය, කෝණ වලදී හැරවීමට කාලයක් ගත නොවේ යැයි සලකා සොයන්න.

79. අහස්යානයකට නිසල වායුගෝලයෙහි u kmh^{-1} ප්‍රවේගයකින් ගමන් කළ හැකිය. v kmh^{-1} $(v < u)$ නියත ප්‍රවේගයකින් උතුරු දෙසින් හමන කුණාටුවක් ඇති දිනක මෙම අහස්යානය A නගරයක සිට ඊට s km දුරක් ඇති B නගරය වෙත කෙළින්ම ගොස් නොනවත්වා ආපසු පැමිණේ. A නගරයට උතුරේ සිට θ කෝණයක් බටහිර දෙසින් B නගරය පිහිටා ඇත්නම් A සිට B වෙත යාමේදීත්, B සිට ආපසු A වෙත ඒමේදීත්, අහස්යානය AB ට $\sin^{-1}\left\{\dfrac{v}{u}\sin\theta\right\}$ කෝණයකින් ආනත දිශා ඔස්සේ යොමුකළ යුතු බව පෙන්වන්න. මෙම ගමනට ගත වූ කාලය පැය $\dfrac{2s\sqrt{u^2 - v^2\sin^2\theta}}{u^2 - v^2}$ බව ද පෙන්වන්න.

80. අහස්යානයක නිසල වාතයෙහි u kmh^{-1} නියත ප්‍රවේගයකින් ගමන් කළ හැකිය. $v(< u)kmh^{-1}$ නියත වේගයකින් නිරිත දෙසින් හමන සුළඟක් ඇති දිනෙක මෙම යානය A ගුවන්තොටුපලක සිට $l$km දුරින් ඈතින් පිහිටි B ගුවන්තොටුපල වෙත ගොස් නොනවත්වා ආපසු A තොටුපලට පැමිණේ. A ට නැගෙනහිර දෙසින් B පිහිටා ඇත. A සිට B දක්වා යානය ගමන් කරන ප්‍රවේගය a kmh^{-1} වන අතර B සිට A දක්වා ආපසු පැමිණෙන්නේ b kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙනි.

(i) $a + b = \sqrt{4u^2 - 2v^2}$ හා $ab = u^2 - v^2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) මුළු ගමනට ගතවන සම්පූර්ණ කාලය $l\ \dfrac{\sqrt{4u^2 - 2v^2}}{(u^2 - v^2)}\ h$ බව පෙන්වන්න.

81. දකුණු දිශාවට නියත v ප්‍රවේගයකින් චලිත වන A නැවකට උතුරින් α කෝණයක් නැගෙනහිර දිශාවෙන් a දුරකින් B නැවක් දිස්වේ. එම මොහොතේම, A නැවට, දකුණින් α කෝණයක් බටහිර දිශාවෙන් a දුරකින් C නැවක් දිස්වේ. B සහ C නැව් නියත u $(> v)$ ප්‍රවේගවලින් A හමුවන සේ සරල රේඛීය පෙත්වල චලිත වෙයි. A සහ B සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ද, A සහ C සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ද එකම සටහනක අඳින්න. එම රූප සටහන භාවිතයෙන්

(i) B සහ C හි චලිත දිශා අතර කෝණය $2\cos^{-1}\left(\frac{v\sin\alpha}{u}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) B ට සාපේක්ෂව C ගේ ප්‍රවේගයේ විශාලත්ව $2\sqrt{u^2 - v^2\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) B සහ C ට A හමුවීම සඳහා ගතවන කාලයන් අතර අන්තරය $\frac{2av - \cos\alpha}{u^2 - v^2}$ බවද පෙන්වන්න.

82. A, B, C නැමැති ගුවන්තොටුපල තුනක් O නැමති තවත් ගුවන්තොටුපලක් වටා පිහිටා ඇත. OA = OB = OC = am සහ $A\hat{O}B = B\hat{O}C = C\hat{O}A$ වේ. නිසල දිනයක සුළඟක් නැති විට ගුවන්යානයකට u mh^{-1} උපරිම වේගයකින් පියාසර කල හැක. v ms^{-1} $(v < u)$ වේගයකින් $\overrightarrow{OA}$ දිශාවට සතත ඒකාකාර සුළඟක් හමා එයි නම් OAOBOCO මගින් දැක්වෙන පථය පියාසර කිරීමට යානය ගන්නා අවම කාලය $2a\left[\frac{u + \sqrt{4u^2 - 3v^2}}{u^2 - v^2}\right]$ පෙන්වන්න.

83. A ගුවන්තොටුපලක a දුරින් ඊසාන දෙසින් B ගුවන්තොටුපලක් පිහිටා ඇත. B ගුවන්තොටුපලට b දුරින් ගිනිකොණ දෙසින් C ගුවන්තොටුපලක් පිහිටා ඇත. ගුවන්යානයක නිශ්චල වාතයේ ප්‍රවේගය v kmh^{-1} වේ. ගුවන්යානය A සිට B දක්වා චලිත වන විට නැගෙනහිර දිශාවට u kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් සුළඟක් හමයි. ගුවන්යානය B සිට C දක්වා චලිතව විට බටහිර දිශාවට u kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් සුළඟ හමයි. යානයට BC චලිතයට ගතවන කාලය AB චලිතයට ගතවන කාලය මෙන් දෙගුණයක් වේ නම් $\frac{v^2}{u^2} = \frac{4a^2 + b^2}{(2a - b)^2}$ බව සාධනය කරන්න.

G

84. වේගය u kmh^{-1} වූ මෝටර් බෝට්ටුවකට, නියත $v(< u)$ v kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් වයඹ දිශාවට ගමන් කරන නැවක් ඇල්ලීමට අවශ්‍යව ඇත. ආරම්භයේදී, නැව මෝටර් බෝට්ටුවෙන් d km උතුරෙන් දිස්වේ. ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ, නැව ඇල්ලීම සඳහා මෝටර් බෝට්ටුව චලිත විය යුතු දිශාව සොයන්න. නැව ඇල්ලීම සිදුවන්නේ පැය $\sqrt{2}\text{d}\ \frac{[\sqrt{2u^2 - v^2} + v]}{2(u^2 - v^2)}$ කාලයකට පසුව බව පෙන්වන්න.

85. A නෞකාවකට d km නැගෙනහිරින් B නෞකාවක් පිහිටා ඇති අතර A නෞකාව නැගෙනහිරින් θ දකුණට වූ දිශාවකට u kmh^{-1} වේගයෙන් චලනය වේ. B නෞකාවට ලබාගත හැකි උපරිම වේගය $3u$ kmh^{-1} නම්,

(i) A නෞකාව අල්ලා ගැනීමට B යාත්‍රා කළ යුතු දිශාව දකුණින් බටහිරට $\cos^{-1}\left[\frac{\sin\theta}{3}\right]$ බව ද,

(ii) අල්ලා ගැනීමට ගතවන කාලය $\frac{d}{8u}\ [\sqrt{9-\sin^2\theta}-\cos\theta]$ h බව ද පෙන්වන්න.

(iii) අල්ලා ගැනීම සිදුවන විට B ගමන් කර ඇති දුර සොයන්න.

86. S_1 සහ S_2 යන නැව් දෙක පිළිවෙලින් $20\sqrt{3}$ kmh^{-1} සහ 40 kmh^{-1} නියත ප්‍රවේග වලින් S_1 නැව දකුණු දිශාවට ද S_2 නැව දකුණින් 30^0ක් බටහිර දිශාවට ද යාත්‍රා කරයි. හරියටම දහවල් 12.00 ට S_1 නැව S_2 ට 40 km ඈතින් බටහිර දිශාවේ පිහිටා ඇත්නම්,

(i) S_1 හා S_2 ගැටෙන බව පෙන්වන්න. (ii) ඒවා ගැටෙන විට වේලාව කීයද?

87. ආරම්භයේදී මෝටර් බෝට්ටුවකට නාවික සැතපුම් 12 ක් නැගෙනහිරින් නැවක් පිහිටන අතර, නැව නොට් 8 ක ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් බටහිරින් 60^0 ක් උතුරට ගමන් කරමින් පවතී. මෝටර් බෝට්ටුව නොට් $5\sqrt{3}$ ක ප්‍රවේගයෙන් නැව හමුවන පරිදි ගමන් කරයි. ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණය ඇඳිමින් නැව හමුවීමට මෝටර් බෝට්ටුව ගමන් කළ යුතු දිශාව සොයන්න. පැය $\frac{12\,(3\sqrt{3}-4)}{11}$ කට පසු හමුවීම සිදුවන බව පෙන්වන්න.

88. එකම උසින් චලිත වන A, B අහස්යානා දෙකක ප්‍රවේග 500 kmh^{-1} වේ. B අහස්යානය නැගෙනහිර දිශාවට චලිත වේ. $t = 0$ විට A සමුද්දේශ රාමුවේ B දකුණින් 60^0 ක් බටහිර දිශාවේ 100 km දුරින් ඇත. A හා B ගැටීමට දකුණින් 30^0 ක් බටහිරට A අහස්යානය යොමුකල යුතු බව පෙන්වන්න. ගැටීමට කාලය පැය $\frac{\sqrt{3}}{15}$ බව පෙන්වන්න.

89. නැගෙනහිර හා උතුරු දිශාවේ ඒකක දෛශික i , j වේ. ඒකකය පැය හා කිලෝමීටර් වේ. $t = 0$ විට A, B නැව් දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $5i + 7j$ හා $3i + 13j$ වේ. එම මොහොතේ ඒවායේ ප්‍රවේග පිළිවෙලින් $i + 12j$ හා $4i + 3j$ වේ. A හා B ගැටෙන බව පෙන්වා ගැටීමට කාලය විනාඩි 40 ක් බව පෙන්වන්න.

90. A හා B නම් අංශු දෙකක් O නම් අචල ලක්ෂ්‍යයකට සාපේක්ෂව $7i - 3j$ හා $-5i - j$ පිහිටුම් දෛශික ඇති A_0 හා B_0 ලක්ෂ්‍යය වලින් ගමන් ආරම්භ කරයි. ඒවා පිළිවෙලින් $-2i + 2j$ හා $4i + j$ ප්‍රවේග වලින් ගමන් කරයි. මෙහි ඒකක කිලෝමීටර හා පැය වලින් දී ඇත.

(i) සාපේක්ෂ චලිත සිද්ධාන්ත මගින් A හා B එකිනෙක ගැටෙන බව පෙන්වන්න.

(ii) මෙම ගැටුම සිදුවන්නේ චලිතය ආරම්භ වී කොපමණ වේලාවකට පසුද?

(iii) ගැටුම් ස්ථානයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

91. මිනිසෙකු නිසල ජලයේ $u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ඒකාකාරව පිහිනීමට පුළුවන. බල්ලෙකුට නිසල ජලයෙහි $v\ ms^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් පිහිනීමට පුළුවන. මිනිසා හා බල්ලා විශාල පළලක් ඇති $w\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගලා යන ගඟක එකම ඉවුරේ a m දුරින් වන ලක්ෂ්‍යය දෙකක සිටී මිනිසා ගංඉවුරට ලම්භ පෙතක චලිත වන සේ $t = 0$ විට ඉවුරේ සිට ගඟට පැන පීනයි. ඒ මොහොතේම බල්ලාද ගඟට පැන පීනයි. මිනිසා හා බල්ලා ගඟේ දී හමුවේ. හමුවීමට යන කාලය සොයා ගංඉවුරේ සිට හමුවන ලක්ෂ්‍යයට දුර සොයන්න.
(බල්ලා මිනිසාට පහත්ම ලක්ෂ්‍යයක ඇත.)

92. A නමැති නැවක් $u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් උතුරට ගමන් කරයි. එක්තරා මොහොතක A ට d m දුරක් නැගෙනහිරින් පිහිටි B නම් නැවක් $v\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් යාත්‍රා කරයි.

(i) $v < u$ නම් B ට A සමග ගැටීමට නොහැකි බවද,

(ii) $v > u$ නම් B ට A සමග ගැටීමට හැකි බව ද පෙන්වා ඒ සඳහා ගතවන කාලය සොයන්න.

93. A නම් නැවක් උතුරින් θ කෝණයකින් නැගෙනහිරට $u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතක එම නැවට d m දුරක් නැගෙනහිරින් B නමැති නැවක් $v\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් යාත්‍රා කරයි. B ට A සමග ගැටීමට හැකි දිශා දෙකක් ඇති බව ද, එය දිශා දෙකකින් යන විට ඇති වන කාලාන්තරය ද සොයන්න. මෙහි $(u \cos \theta < v < u)$ වේ.

94. පිතිකරුවෙක් W කඩුල්ලේ ද පන්දු රකින්නෙක් පිටියේ F ලක්ෂ්‍යයේ ද සිටිති. පිතිකරුවා පහරදුන් පන්දුවක් WF සමග α කෝණයක් සාදන තිරස් දිශාවකට ගමන් කරන්නේ පන්දු රකින්නාට දුවන්නට හැකි වේගය $1\frac{1}{2}$ ක වේගයකිනි. පන්දුව හැකි ඉක්මණින් රැක ගැනීම සඳහා පන්දු රකින්නා එකවරටම තම ඉහළම වේගයෙන් දුවන්නට පටන් ගතහොත් ඔහු දිවිය යුතු දිශාව සොයන්න. පන්දුව පොළවට සමාන්තරව නියත වේගයෙන් තිරස් ලෙස ගමන් කරන්නේ යැයි උපකල්පනය කරන්න. පන්දු රකින්නා මීටර S දුරක් දිව ගියේ නම්
$\alpha < \sin^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$ විට, $|WF| =$ මීටර $\frac{S}{2}\ (\sqrt{4 - 9\sin^2\alpha} + 3\cos\alpha)$ බව පෙන්වන්න.

95. A නැවක් නොට් 16 ක වේගයෙන් උතුරින් 60^0 ක් නැගෙනහිරට වූ දිශාවක් ඔස්සේ යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතකදී නැවට නාවුක සැතපුම් 8 ක් නැගෙනහිරින් B ආරක්ෂක, බෝට්ටුවක් දර්ශනය විය. B බෝට්ටුවේ වේගය නොට් 10 නම් B ට A කරා ළඟාවිය හැකි මාර්ග 2 ක් ඇතිබව පෙන්වා එම දිශාවන් හඳුන්වන්න. එයින් ඉක්මණින් ළඟාවිය හැකි මාර්ගය ඔස්සේ ගමන් කිරීමෙන් A හා B හමුවීමට ගතවන කාලය පැය $\frac{4}{3 + 4\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.

96. නිශ්චල වාතයේ $v\ ms^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයකින් ගමන් කළ හැකි අභ්‍යවකාශයානයක් බටහිරින් θ සුළුකෝණයක් උතුරට පිහිටි දිශාවක සිට $w\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් තිරස්ව නියත සුළඟක් හමන දිනක නැගෙනහිරට පිටත් වේ. $(w\sin\theta < v < w)$ නම් දිශා දෙකක් ඇති බවත්, මෙම දිශා

දෙක ඔස්සේ පියාසර කරන විට නැගෙනහිරට අහස්යානය ගමන් කරන එක මීටරයක් සඳහා කාල ප්‍රමාදය තත්පර $\frac{2\sqrt{v^2 - w^2 \sin^2 \theta}}{(w^2 - v^2)}$ බවත් පෙන්වන්න.

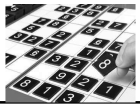
97. u kmh^{-1} වේගයෙන් ගමන් කරන සම්බැරීනයක් දකුණින් 30^0 ක් බටහිර දිශාවට d km දුරකින්, මුහුදේ වූ නැවක් දකියි. එම නැව v kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් උතුරට ගමන් කරමින් තිබෙයි. මෙහි $u < v < 2u$ වේ. නැවට සාපේක්ෂව සබ්මැරීනයේ චලිතය සැලකීමෙන්, නැව අල්ලා ගැනීම සඳහා සබ්මැරීනය දිශා දෙකකින් එකක් ඔස්සේ ගමන් කළ යුතු බව පෙන්වා, එම දිශා දෙක අතර කෝණය සොයන්න. ඒවාට අනුරූප කාල, පැය $\frac{d\sqrt{4v^2 - v^2}}{v^2 - u^2}$ කින් වෙනස්වන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

98. සමාන්තර පළල 300 m ක් වූ සරල ඉවුරු සහිත ගඟක් ගලන ඒකාකාර ප්‍රවේගය 5ms^{-1} ය. නිශ්චල ජලයේ $\frac{13}{4}$ ms^{-1} වේගයක් ඇති බෝට්ටුවක් එක් ඉවුරක A සිට අනෙක් ඉවුරේ ගඟ පහළින් ඇති B ට පැමිණීමේ බලාපොරොත්තුවෙන් චලිත වේ. AB = 500m වේ. මෙම චලිතය පවත්වා ගැනීමට බෝට්ටුකරුට බෝට්ටුව යොමුකල හැකි දිශා (ජලයට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවේ ප්‍රවේගයේ දිශා) දෙකක් පැවතිය හැකි බව පෙන්වන්න. එම දිශා දෙක අතර කෝණය $\cos^{-1}$ (119/169) බව පෙන්වන්න. මෙම ප්‍රවේගයන් යටතේ චලිතය සපුරා ගැනීමට බෝට්ටුවට තිබිය හැකි කුඩාතම කාලය සහ වැඩිතම කාලය සොයන්න.

99. මුර බෝට්ටුවක් ඊට බටහිරින් 30^0 ක් උතුරට d km දුරක් ඈතින් පිහිටි නැවක් දකියි. මෙම නැව u kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිරට ගමන් කරයි. නැව හමුවීම සඳහා මුර බෝට්ටුව v kmh^{-1} නියත ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරයි.

(i) $v < \frac{u}{2}$ වන විට මුර බෝට්ටුවට නැව වෙත ළඟාවිය නොහැකි බව ද,

(ii) $\frac{u}{2} < v < u$ වන විට අඩුම කාලයක් තුළ මුර බෝට්ටුව නැව වෙත ළඟා වීමට සැලසුම් කරයි නම් එම අඩුම කාලය බව පැය $\frac{d(\sqrt{3}u - \sqrt{4v^2 - u^2})}{2(u^2 - v^2)}$ ද පෙන්වන්න.



100. අහස්යානාවක් පැය T කාලයක ගමනක් (පියාසැරුමක්) සඳහා ප්‍රමාණවත් ඉන්ධන රැගෙන යයි. නිසල කාලගුණයක් තිබෙන විට එහි වේගය u වේ. අහස්යානයේ ගමන් මග වෙනස් කිරීම සඳහා ගතවන්නේ නොගිණිය හැකි තරම් කාලයක් යැයි උපකල්පනය කරමින් උතුරේ සිට දකුණු දිශාවට $v\ (< u)$ වේගයෙන් සුළඟක් හමන විට θ උතුරෙන් නැගෙනහිර දිශාවට අහස්යානයේ ක්‍රියාන්විත පරාසය (පිටතට යාම සහ ආපසු ඒම) $R = \frac{T}{2}\ \frac{(u^2 - v^2)}{2\sqrt{u^2 - v^2}\ \sin\theta^2}$ බව පෙන්වන්න. R පරාසය උපරිමයක් වන්නේ θ හි කවර අගයක් සඳහා ද?

101. $(\lambda + 1)\,u$ kmh^{-1} නියත වේගයකින් වාතයට සාපේක්ෂව යාත්‍රා කරන අහස්යානයක් අහසේ පැය t කාලයක් ගතකිරීම සඳහා සෑහෙන ඉන්ධන රැගෙන යයි. λu kmh^{-1} නියත වේගයකින් දකුණේ සිට සුළඟක් හමන විට නිරිත දිශාව ඔස්සේ යානයේ පරාසය (යාමට හා ඒමට) $\dfrac{(1 + 2\lambda)\,ut}{\sqrt{2}\,\sqrt{\lambda^2 + 4\lambda + 2}}$ km බව පෙන්වන්න. මෙහි $\lambda < 1$ වන නියතයකි.

102. ජෙට් යානයක් v kmh^{-1} අනවරත වේගයකින් ද නිසල කාලගුණයක් තිබෙන විට R_0 (km) ක්‍රියාන්විත පරාසයක් ද (යාමට සහ ඒමට) ඇත. උතුරු දෙසට $w\ (< v)$ kmh^{-1} වේගයෙන් සුළඟ හමන විට උතුරෙන් θ නැගෙනහිරට ජෙට් යානයේ ක්‍රියාන්විත පරාසය (යාමට සහ ඒමට) R (km) වේ. ජෙට් යානයට රැගෙන යා හැක්කේ පැය T කාලයක ගමනට පමණක් ඉන්ධන ප්‍රමාණයක් බව උපකල්පනය කර $R = \dfrac{R_0}{v}\ \dfrac{(u^2 - w^2)}{2\sqrt{v^2 - w^2\sin^2\theta}}$ බව පෙන්වන්න.

103. දිග a සහ පළල b වූ මෝටර් රථයක් u නියත වේගයකින් සෘජු මාර්ගයක් ඔස්සේ ධාවනය වේ. මෝටර් රථයේ කිට්ටු පැත්තේ සිට මාර්ගයේ අයිනට දුර d වේ. මෝටර් රථයේ චලිතයේ දිශාව සමග α කෝණයක් සාදන පරිදි මගියෙක් වාහනයේ ඉදිරිපිට කෙළවරේ සිට c දුරක දී v ඒකාකාර වේගයකින් පාර හරහා ගමන් කිරීමට පටන් ගනී.
$\left(\dfrac{c}{b+d}\right)\sin\alpha + \cos\alpha \le \dfrac{u}{v} \le \left(\dfrac{c+a}{d}\right)\sin\alpha + \cos\alpha$ නම් මගියා මෝටර් රථයේ හැපෙන බව පෙන්වන්න.

104. පළල a මෝටර් රථයකට u නම් ඒකාකාර වේගයක් ඇත. එය සරල රේඛීය පාරක් අද්දරින් ගමන් කරන විට මගියෙක් රථයට x දුරක් ඉදිරියෙන් සිට පාරට බසියි. ඔහුට නිරුපද්‍රිතව පාර හරහා ගමන් කළ හැකි අවම ඒකාකාර ප්‍රවේගය p වලින් දැක්වෙන බව පෙන්වන්න.
$p = \dfrac{au}{\sqrt{a^2 + x^2}}$

105. මහා මාර්ගයක් හරහා ගමන් කිරීමට බලාපොරොත්තු වන මගියෙක් ඉදිරියෙන් පැමිණෙන මෝටර් රථයක් දකියි. ඒ මොහොතෙහිම පාරට බසින මගියා සරල රේඛාවක් ඔස්සේ පාර හරහා කෙළින් ගමන් කරන අතර මෝටර් රථය තමා පසුකර යාමට පෙර පාර හරහා යාමට හැකිවේ යැයි විශ්වාස කරයි. මගියා ආරම්භයේදී සිටින ලක්ෂ්‍යය හා මෝටර් රථයේ ඉදිරිපස අතර දුර මීටර් a ද වේ. මෝටර් රථයේ සහ මගියාගේ ඒකාකාර වේග පිළිවෙලින් මී/තත් v සහ මී/තත් u වේ. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^2 = 1 + \left(\dfrac{v}{u}\right)^2$ නම්, මගියා මෝටර් රථයේ හැපෙන බව පෙන්වන්න.

106. b පළලින් යුතු මෝටර් රථයක් පාරේ ගැට්ට අසලින් නිශ්චලව තිබී f නියත ත්වරණයකින් ගමන් අරඹන මොහොතේම මෝටර් රථය අසල පාර ගැට්ටේ මෝටර් රථයට d දුරක් ඉදිරියෙන් වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට පාර හරහා යාමට පදිකයෙකු ගමන් අරඹයි නම්, අනතුරක් නොවීමට ඔහු ගමන් කළ යුතු අවම ඒකාකාර වේගය $[f\,(\sqrt{d^2 + b^2} - d)]^{1/2}$ බව පෙන්වන්න.

107. පළල b වූ වෑන් රථයක් ඒකාකාර u ප්‍රවේගයෙන් සෘජු පාරක් දිගේ පදික වේදිකාවට සමාන්තරව එහි ගෑවී නොගෑවී ගමන් කරයි. පිරිමි ළමයෙක් වෑන් රථයට d දුරක් ඉදිරියෙන් පදික වේදිකාවේ සිට පාරට බැස, වෑන් රථයේ චලිත දිශාව සමඟ α සුළු කෝණයක් සාදන දිශාවට v $(< u \sec \alpha)$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ඇවිද යයි. ළමයා, වෑන් රථයෙහි නොහැපී, යන්තමින් බේරෙයි නම්, $bu = (b \cos \alpha + d \sin \alpha)\, v$ බව පෙන්වන්න.

108. සරල රේඛීය මාර්ගයක පදික වේදිකාවේ දාරයේ සිට මාර්ගය ඔස්සේ වන මාර්ගයට සමාන්තර l සරල රේඛාවකට දුර am වේ. C මෝටර් බයිසිකලයක් u ms^{-1} වේගයෙන් l රේඛාව දිගේ චලිත වේ. $t = 0$ මොහොතේ බයිසිකලයේ පිහිටීම වන O හි සිට l ඔස්සේ bm දුරක් ඉදිරියෙන් පදික වේදිකාවේ A ලක්ෂ්‍යයකින් P මගියෙක් මාර්ගයේ ඉදිරි දිශාව සමග 60^0 ක් ආනතව v ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන්, මාර්ගය හරහා යෑම අරඹයි. මගියා බයිසිකලයට ඉදිරියෙන් පාර හරහා යයි නම්, C සමුද්දේශ රාමුවේ P ගේ පෙත සොයා කෙටිම දුර $\dfrac{v\,(a + b\sqrt{3}) - 2au}{2\sqrt{u^2 + v^2 - uv}}$ බව පෙන්වන්න. ඒනයින් $v > \dfrac{2au}{a + b\sqrt{3}}$ නම් අනතුරක් නොවී බයිසිකලය ඉදිරියෙන් පාර හරහා මගියාට ගමන් කළහැකි බව පෙන්වන්න.

109. නැවක් පැයට කිලෝමීටර v නියත ප්‍රවේගයකින් l සරල රේඛාවක් ඔස්සේ චලනය වේ. $t = 0$ විට නැව A ලක්ෂ්‍යයේ ඇත. A සිට l ට 30^0 ආනත රේඛාවක B ලක්ෂ්‍යයේ දී මුහුදේ අතරමං වූ බෝට්ටුවක් ඇත. බෝට්ටුවේ උපරිම වේගය u kmh^{-1} වේ. $(u < v)$ බෝට්ටුවේ ඇති සංඥාවල පරාසය R km වේ. $R > \dfrac{d}{2v}\left[\sqrt{v^2 - u^2} - \sqrt{3}u\right]$ නම් පමණක් නැවේ නිරීක්ෂකයෙකු බෝට්ටුව දකින බව පෙන්වන්න. මෙහි $AB = d$ වේ.

I

110. A, B මෝටර් බෝට්ටු දෙකකට පිළිවෙලින් 16 kmh^{-1} හා 20 kmh^{-1} ප්‍රවේග ඇත. B නැගෙනහිර දිශාවට චලිත වේ. එක්තරා $t = 0$ මොහොතක දී B සමුද්දේශ රාමුවේ A බෝට්ටුව 2 km දකුණු දිශාවේ ඇත. A හා B එකිනෙකට ආසන්නතම වනසේ A හි චලිත දිශාව සොයන්න. A හා B අතර කෙටිතම දුර ද ලබාගන්න. කෙටිම දුරට කාලය විනාඩි 8 ක් බව පෙන්වන්න.

111. සතත පථයක නියත වේගයෙන් යාත්‍රා කරන හමුදා මුර යාත්‍රාවකට එක්තරා දිනක අලුයම් කාලයේ දී නාවුක සැතපුම් d බටහිර දෙසින් සතුරු බෝට්ටුවක් දක්නට ලැබුණි. එම බෝට්ටුව u නියත වේගයකින් දකුණු දෙසට යාත්‍රා කරමින් තිබුණි. මුර යාත්‍රාවේ උපරිම වේගය λu ද $(\lambda < 1)$ තුවක්කු වල වෙඩි තැබීමේ පරාසය h ද වේ. $\lambda^2 + \left(\dfrac{h}{d}\right)^2 < 1$ වේ නම් සතුරු බෝට්ටුව අනතුරින් මිදී ඇති බව පෙන්වන්න.

112. එක්තරා මොහොතකදී B බෝට්ටුවට 500m ක් උතුරු දිශාවෙන් A බෝට්ටුව ඇත. B බෝට්ටුව $\frac{125}{9}$ ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිරට චලිත වේ. A බෝට්ටුවේ වේගය $13ms^{-1}$ වේ. B ට හැකිතාක් ආසන්න මාර්ගයක A චලිත වීම සඳහා, A බෝට්ටුව යොමුකළ යුතු දිශාව සොයා ආසන්නතම දුර හා ආසන්නතම දුරට පැමිණීමට කාලය සොයන්න.

113. $t = 0$ විට X හා Y බෝට්ටු 2 ක් ඇත්තේ එම මොහොතේදී X ට 34 km දුරක් නැගෙනහිරින් Y පිහිටන අන්දමිනි. X හි නියත වේගය 8 kmh^{-1} වන අතර Y හි නියත ප්‍රවේගය උතුරට 17 kmh^{-1} වේ. Y ට හැකිතාක් ආසන්න මාර්ගයක් X චලිත වීමට X බෝට්ටුව යොමුකළ යුතු දිශාව සොයන්න. එම ආසන්නතම දුර සහ ඊට කාලය සොයන්න.

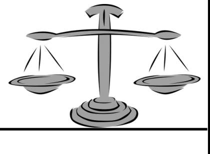
114. A නැවක් උතුරු දිශාවට v kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. B නැවක වේගය u kmh^{-1} $(u < v)$ ය. එක්තරා මොහොතක දී B නැව A ට d km දුරක් නැගෙනහිරින් පිහිටයි නම්, B නැව A නැවට හැකිතරම් ආසන්න වීමට B චලිත විය යුතු දිශාව සොයන්න. ඇති වන කිට්ටුම දුර ද සොයන්න.

115 b පළලින් යුතු මෝටර් රථයක් පාරේ ගැට්ට අසලින් නියත v වේගයෙන් ගමන් කරයි. මෝටර් රථයට d ඉදිරියෙන් වූ ලක්ෂ්‍යයක දී පදිකයෙකු පාරට බසී නම් නිරුපද්‍රිතව පාර හරහා කෙළින්ම ගමන් කිරීම පිණිස ඔහු යා යුතු අවම ඒකාකාර වේගය කුමක්ද?

116. සමාන්තර ඉවුරු සහිත පළල d වූ ගඟක් v වේගයෙන් ගලා බසී. එක් ඉවුරක සිට මිනිසෙක් ජලයට සාපේක්ෂව u වේගයෙන් පිහිනයි.

(i) $u > v$ වන විට **කෙටිම මගකින්** අනෙක් ඉවුරට යෑමට මිනිසා පිහිනිය යුතු දිශාව ගඟ ඉහළට ඉවුර සමග $\cos^{-1}\frac{v}{u}$ ආනත දිශාවක් බව පෙන්වන්න.

(ii) $u < v$ වන විට, **කෙටිම කාලයකින්** අනෙක් ඉවුරට යෑමට මිනිසා ඉවුරට ලම්බව පිහිනිය යුතු බව ද එයට ගතවන කාලය $\frac{d}{u}$ බව ද පෙන්වන්න.



J

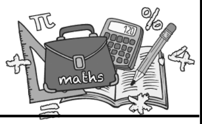
117. යුධ නැවක් v නියත ප්‍රවේගයෙන් ඉදිරියට යාත්‍රා කරයි. හරි කෙළින් පිටුපසට එල්ල කළ කෙටි තුවක්කුවක් යුධ නැවේ සවිකර ඇත්තේ රේඩියන් θ ආරෝහණ කෝණයකින් තුවක්කුවට සාපේක්ෂව ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය $\sqrt{3}v$ නම් R පරාසය $R = \frac{2\sqrt{3}v^2}{g}(\sqrt{3}\cos\theta - 1)\sin\theta$ මගින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න. $\theta = \frac{\pi}{6}$ විට R උපරිමයක් බව පෙන්වා උපරිම පරාසය සොයන්න.

118. තිරසට α කෝණයක් ආනත වූ කෙලින් මාර්ගයක u වූ ඒකාකාර වේගයෙන් පක්ෂියෙක් අහසට පියඹා යයි. පක්ෂියා තම ගමන් මාර්ගයේ A නම් ලක්ෂ්‍යයක සිටියදී A සිට එක එල්ලේම පහලින් h දුරින් පිහිටි B නම් ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව v ප්‍රවේගයෙන් වෙඩිල්ලක් තබන ලදී. වෙඩිල්ල පක්ෂියාට වදී නම්,

(i) $v\cos\theta = u\cos\alpha$ බවත්

(ii) $v \geq \sqrt{2}gh\cos\alpha\cos(\theta-\alpha)$ බවත් පෙන්වා වෙඩිල්ල පක්ෂියාට වදින සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය සොයන්න.

119. A, B, C අංශු තුනක් එකම ලක්ෂ්‍යයෙන් එකම මොහොතේ එකම සිරස් තලයේ ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. A තිරස් දිශාවට $u\ \mathrm{ms^{-1}}$ ප්‍රවේගයෙන් ද B තිරසට θ ආනතව $v\ \mathrm{ms^{-1}}$ ප්‍රවේගයෙන් ද C සිරස්ව ඉහළට $w\ \mathrm{ms^{-1}}$ ප්‍රවේගයෙන් ද ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. $\dfrac{\cos\theta}{u} + \dfrac{\sin\theta}{w} = \dfrac{1}{v}$ නම් A, B, C සෑම විටම ඒක රේඛීය බව පෙන්වන්න.



K

120. නිශ්චල වාතයේ $u\ \mathrm{kmh^{-1}}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කළ හැකි අහස්යානාවක්, නැගෙනහිරින් θ කෝණයක් දකුණු දෙසින් $nu\ \mathrm{kmh^{-1}}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් තිරස් ලෙස හමන සුළඟක් ඇති විට උතුරු දිශාවට ගමන් කිරීමට පිටත් වේ. n යනු ධන නියතයකි. $\cos\theta > 1/n$ නම්, අහස්යානයට උතුරු දිශාවට ගමන් කළ නොහැකි බවත්, $\cos\theta < 1/n < 1$ නම් අහස්යානයට උතුරු දිශාවට ගමන්ගන්නා අයුරු පියාසර කළ හැකි දිශා දෙකක් ඇති බවත් මෙම දිශා දෙක ඔස්සේ පියාසර කරන විට යානය උතුරු දිශාවට ගමන් කරන එක් කිලෝමීටරයක් සඳහා කාල වෙනස පැය $\dfrac{2\sqrt{1-n^2\cos^2\theta}}{u(n^2-1)}$ බවත් පෙන්වන්න.

121. මුර බෝට්ටුවක් ඊට බටහිරින් 30^0 උතුරට d දුරක් ඈතින් ගමන් කරන නැවක් දකී. මෙම නැව u ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිරට ගමන් ගනී. නැව හමුවීම සඳහා මුර බෝට්ටුව v ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි නම් $v < \dfrac{u}{2}$ වන විට මුර බෝට්ටුවට නැව වෙත ළඟාවිය නොහැකි බවත් $u > v > \dfrac{u}{2}$ විට නැව වෙත ළඟා විය හැකි කාල දෙක අතර අන්තරය $\dfrac{8dv\cos\theta}{3u^2-4v^2\cos^2\theta}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\{\sin^{-1}(u/2v) = \theta\}$ වේ.

122. A දුම් බෝට්ටුවක් උතුරු දෙසට $12\ \mathrm{kmh^{-1}}$ ක වේගයෙන් ගමන් කරයි. එහි සිටින්නෙකුට B දුම් බෝට්ටුවක් $5\ \mathrm{kmh^{-1}}$ වේගයෙන් නිරිත දෙසට යාත්‍රා කරන බව පෙනේ. B දුම් බෝට්ටුවේ සැබෑ ප්‍රවේගය සොයන්න. ආරම්භයේ දී A ට උතුරින් 30^0 නැගෙනහිර දිශාවට 4km දුරින් B පිහිටයි. A සහ B අතර කෙටිම දුර සොයන්න.

123. එක්තරා මොහොතක දී u වේගයෙන් නැගෙනහිරට ගමන් කරන නැවක් ද, θ බ.දිශාවට v වේගයෙන් ගමන් කරන තවත් නැවකට d දුරක් උතුරින් පිහිටයි. $\tan\theta = \frac{5}{12}$ නැව් දෙක $\frac{24\,vd}{13u^2 + 13v^2 + 10uv}$ කාලයකට පසු නැවතත් d දුරින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

124. S නැවක් උතුරු දෙසට ගමන් කරන අතර S_1 ප්‍රහාරක නැවක් නැගෙනහිර දෙසට u ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි. එක්තරා මොහොතක දී S_1 ප්‍රහාරක නැවට d දුරින් නැගෙනහිර දෙසින් S නැව පිහිටයි. t කාලයකට පසු S_1 ට $d\sqrt{3}$ දුරින් උතුරින් S නැව පිහිටයි.

(i) S_1 ට සාපේක්ෂව S හි ප්‍රවේගය උ. 30^0 බටහිර දිශාවේ පිහිටන බව පෙන්වා එහි විශාලත්වය u මගින් සොයන්න.

(ii) S_1 හා S අතර කෙටිම දුර සොයන්න.

(iii) S_1 ප්‍රහාරක නැවේ තුවක්කු වලින් වෙඩි තැබිය හැකි පරාසය $\frac{9}{10}\,d$ ක් නම් නැව අනතුරේ පවතින කාලය $\frac{\sqrt{6}d}{10u}$ බව ද පෙන්වන්න.

(iv) t සොයන්න.

125. නැවක් u ප්‍රවේගයෙන් උතුරු දිශාවට යාත්‍රා කරන විට එහි සිටින නැවියෙකුට ඒකාකාර වේගයෙන් හමන්නා වූ සුළඟක් උතුරින් නැගෙනහිරට $22\ 1/2^0$ දිශාවකින් හමන්නා සේ පෙනේ. නැව එහි ගමන් දිශාව දකුණට හරවා එම u ප්‍රවේගයෙන්ම යාත්‍රා කරන විට සුළඟ නැගෙනහිරින් දකුණට $21\ 1/2^0$ දිශාවකින් හමන්නා සේ පෙනේ. සුළඟ සත්‍ය වශයෙන්ම කුමන දිශාවකින් කුමන ප්‍රවේගයකින් හමන්නේදැයි සොයන්න.

126. P නැවක් $30\ \text{kmh}^{-1}$ වේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට ද Q නැවක් $40\ \text{kmh}^{-1}$ වේගයෙන් දකුණු දිශාවට ද චලිත වේ. නැව් දෙකම නියත වේග සහ නියත මාර්ග පවත්වා ගනී. එක්තරා අවස්ථාවකදී නැව් දෙක, ඒවායේ පෙත්හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වන O ට 10 km දුරින් O වෙත ළඟාවෙමින් පැවතුණි.

(i) පැය t කාලයකට පසුව P සහ Q අතර පවතින දුර සොයන්න.

(ii) ඒ නයින් P සහ Q එකිනෙකට ආසන්නතම අවස්ථාවේදී t හි අගය සොයන්න.

(iii) ආසන්නතම දුර සොයන්න.

(iv) P සහ Q එකිනෙකට ආසන්නතම අවස්ථාවේදී P සිට Q දර්ශනය වන දිශාව නැගෙනහිරින් $\tan^{-1}\frac{3}{4}$ කෝණයක් දකුණු දෙසට වන බව පෙන්වන්න.

127. සම්මත නැගෙනහිර සහ උතුරු දිශාවලට ඒකක දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ වේ. විස්ථාපනය කිලෝමීටර් වලින් ද, කාලය පැය වලින් ද මිනුම් කරනු ලැබේ. එක්තරා මොහොතකදී A සහ B අංශු දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $2\underline{i} + 2\underline{j}$ සහ $5\underline{i} + 6\underline{j}$ වේ. A සහ B ට පිළිවෙලින් $2\underline{i} + \underline{j}$ සහ $-4\underline{j}$ යන නියත ප්‍රවේග දෛශික ඇත. A සහ B අංශු අතර ඇතිවන අවම දුර සොයන්න. අවම දුර ඇතිවන මොහොතේ A සහ B හි පිහිටුම් දෛශික ද සොයන්න.